



## Variance Risk Premiums on German Government Bonds

### Varianzrisikoprämien auf deutsche Staatsanleihen

Burak Sarac

Karlsruher Institut für Technologie

#### Abstract

Volatility and related to it the uncertainty inherent to financial markets has an eminent role. Variance swaps are suitable for the trading of it and have led to profound insights in various markets, especially regarding the variance risk premium.

However, research on government bonds is less common and insightful, which is why this study aims to fill the gap and extend the research on this topic. This is achieved by two main aspects: First, a European-wide comparison of the Bond variance risk premium is enabled by analyzing the German, French, and Italian Treasury markets. Secondly, two different approaches of structuring the Bond variance swap are considered. While one of them has its theoretical justification, the other is more suitable for practical applications. The results of this study show that the variance risk premium is to be found in the German as well as the European Treasury markets. By shorting the variance swaps attractive returns are feasible, but this varies greatly according to the considered country or approach of structuring.

#### Zusammenfassung

Volatilität und damit verwandt die Unsicherheit an den Finanzmärkten hat eine besonders wichtige Rolle. Varianzswaps eignen sich für das Handeln mit dieser und haben tiefgehende Erkenntnisse in vielen Märkten ermöglicht, vor allem die der Varianzrisikoprämie.

Forschungen auf den Staatsanleihenmärkten kommen jedoch zu kurz, weshalb sich diese Arbeit zum Ziel genommen hat, die Forschung in diese Richtung zu erweitern. Dies wird erlangt anhand von zwei wesentlichen Gesichtspunkten: Zum einen wird ein Vergleich der Anleihenvarianzrisikoprämie auf europäischer Ebene ermöglicht, da neben dem deutschen Staatsanleihenmarkt auch die französischen und italienischen betrachtet werden. Zum anderen werden zwei unterschiedliche Strukturierungsweisen von Anleihenvarianzswaps betrachtet. Während eines davon eher auf theoretischer Basis von Bedeutung ist, wird eine andere Bildungsweise vorgestellt, welches sich für die praktische Umsetzung eignet. Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, dass die Varianzrisikoprämie in den deutschen sowie europäischen Staatsanleihenmärkten existent ist. Durch eine Short-Position in diesen Varianzswaps lassen sich attraktive Renditen generieren, wobei sich diese nicht nur zwischen den Ländern, sondern auch zwischen den Strukturierungsweisen stark unterscheiden.

**Keywords:** Varianzswaps; Volatilität; Varianzrisikoprämium; Staatsanleihen; modellfrei.

#### 1. Einleitung

Das Betrachten der Volatilität hat in der Finanzwirtschaft eine weit zurückreichende Beständigkeit. Im Laufe der Zeit hat sich diese von einer reinen statistischen Kennzahl sogar in eine eigene Anlageklasse entwickelt. Ein prominentes Beispiel für die Volatilität als Investition und den damit verbundenen Risiken, ist der Fall des Hedge Fonds Long Term Capital Management (LTCM), welcher in jener Zeit als die „Zen-

tralbank der Volatilität“ bezeichnet wurde.<sup>1</sup> Nach der Finanzkrise in Asien waren Anleger auf den Märkten mit erhöhter Nervosität konfrontiert und wollten sich dementsprechend durch das „Kaufen der Volatilität“ gegen weitere Sprünge in der Volatilität absichern. LTCM war allerdings der Meinung, dass die durch den Markt implizierten Volatilitäten für In-

<sup>1</sup>Vgl. *Jacque (2015)*, S. 258ff.

dizes wie dem U.S. S&P 500, dem französischen CAC 40 und dem DAX über deren historischen Werten befanden. Aufgrund dessen deckte LTCM den Bedarf der Nachfrage und verkaufte Volatilität in großem Rahmen. Der Gedanke dahinter war, dass die Volatilitäten fallen würden, doch durch das Eintreten der Russlandkrise 1998 geschah das Gegenteil und LTCM musste in ihrer Position starke Verluste erleiden.<sup>2</sup>

Während dieser Zeit wurden auch die ersten Volatilitätskontrakte in Form des Volatility Swaps gehandelt, doch nur wenige Jahre später konnten sich Varianzswaps als das meist gehandelte Volatilitäts-Derivat etablieren.<sup>3</sup> Dabei stellen Varianzswaps eine reine Investition in die Volatilität eines zugrunde liegenden Wertpapiers da und die Auszahlung wird nicht, im Gegensatz zu anderen Volatilitäts-Derivaten wie z.B. Straddles und Strangles, von etwaigen anderen Faktoren beeinflusst. Dabei stellen Varianzswaps eine Art Absicherung gegenüber erhöhter Unsicherheit an den Märkten dar und verlangen dafür, wie empirisch öfters gezeigt, eine Entschädigung von dem Varianzkäufer, die sogenannte Varianzrisikoprämie.

Diese Erkenntnis wurde für Aktienmärkte weitgehend untersucht und die Varianzrisikoprämie kann sich nicht nur in den globalen Aktienmärkten, sondern auch in den Rohstoff- und Zinsmärkten wiederfinden. Vergleichbare Untersuchungen kommen auf den Anleihenmärkten zu kurz, was dazu führt, dass die Varianzrisikoprämie auf diesen Märkten bei Weitem nicht so gut verstanden werden wie auf anderen. Neuere Forschungen von Choi, Mueller und Vedolin (2017) greifen genau dieses Problem auf und führen empirische Arbeiten für den U.S. Staatsanleihenmarkt aus, jedoch gibt es in dem europäischen Markt nach bestem Ermessen keine vergleichbaren Arbeiten.

Dabei ist dies von erhöhtem Interesse, da durch das zunehmende Angebot an Derivaten auf europäischen Staatsanleihen die Strukturierung von Varianzswaps erleichtert wird.<sup>4</sup> Zusammen mit der Tatsache, dass die Nachfrage nach Optionen auf europäische Staatsanleihen sehr hoch und steigend ist, welches vor allem aus Gründen der Absicherung gegen Unsicherheiten resultiert<sup>5</sup>, ist es von besonderer Relevanz, Varianzswaps auf europäischen Staatsanleihenmärkten zu betrachten. Denn es liegt die Vermutung nahe, dass durch diese anwachsende Aktivität der Handel mit diesen an Bedeutung gewinnt. Diese Abschlussarbeit nimmt sich zum Ziel, die Anleihenvarianzrisikoprämie auf den europäischen Märkten zu untersuchen und damit die Literatur zu erweitern. Dabei werden vor allem der deutsche Staatsanleihenmarkt betrachtet und Vergleiche auf europäischer Ebene, im

Speziellen zu französischen sowie italienischen Staatsanleihenmärkten, gezogen. Dies ist von besonderem Interesse, da man sich dadurch in einer einzigartigen Umgebung befindet. Die untersuchten Länder und Märkte haben zwar die gleiche Währung, doch verschiedene Ausprägungen und Verhaltensweisen der dazugehörigen Staatsanleihen. Beber, Brandt und Kavajecz (2009) verdeutlichen dies, in dem gezeigt wird, dass deutsche Staatsanleihen eine überdurchschnittlich hohe Qualität der Kreditwürdigkeit haben, dafür aber eine unterdurchschnittliche Liquidität, während bei den italienischen Staatsanleihen dies genau umgekehrt ist.

In den Untersuchungen im Rahmen dieser Abschlussarbeit konnte die Anleihenvarianzrisikoprämie für die deutschen und französischen Staatsanleihenmärkte festgestellt werden, während dies für die italienischen Märkte, zumindest in dem betrachteten Zeitraum, nicht behauptet werden kann. Dieser Befund kann durch eine Short-Position in die jeweiligen Anleihenvarianzswaps profitabel ausgenutzt werden. Solch eine Strategie liefert für einmonatige Varianzswaps auf 10-jährigen deutschen Staatsanleihen eine im Schnitt monatliche logarithmierte Rendite von 0,400 bei einer Sharpe Ratio von 0,885. Für die französische Variante wird eine monatliche durchschnittliche Rendite von 0,436 bei einer Sharpe Ratio von 0,821 erzielt. Die erzielten Überrenditen der deutschen Staatsanleihen können nicht von gängigen Risikofaktoren erklärt werden und weisen ein hohes und signifikantes Alpha auf. Die Anleihenvarianzrisikoprämie und die Profitabilität einer Short-Position bleiben auch nach Robustheitsanalysen erhalten. Für die Berechnungen der Volatilitäten und damit der Varianzswaps werden zwei Varianten benutzt: Zum einen die Generalized Treasury Variance Swap nach Choi et al. (2017) und zum anderen die Methode nach Kozhan, Neuberger und Schneider (2013). Dabei sind die Unterschiedlichkeiten der Ergebnisse zu bemerken, denn die Renditen einer Short-Position sowie die Anleihenvarianzrisikoprämien fallen im Fall der Methode nach Kozhan et al. (2013) stets geringer aus. Für die 10-jährigen deutschen Staatsanleihen wird hier eine monatliche durchschnittliche logarithmierte Rendite von 0,149, bei einer Sharpe Ratio von 0,218, erzielt, während für die französischen Staatsanleihen jegliche Varianzrisikoprämien verschwinden. Die Renditen am deutschen Staatsanleihenmarkt können jedoch auch hier nicht durch gängige Risikofaktoren erklärt werden.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut: Im nächsten Kapitel werden aktuelle sowie grundlegende Forschungen in dem Bereich der Varianzswaps und der Varianzrisikoprämie vorgestellt, im darauffolgenden Kapitel wird auf die Theorie hinter Varianzswaps eingegangen. Dabei wird zunächst die allgemeine Konstruktionsweise betrachtet, danach im Speziellen die Konstruktion von Varianzswaps auf Staatsanleihen und die Bewertung jener anhand von diskreten Optionsdaten, im Anschluss werden Erklärungsansätze für die Varianzrisikoprämie ausgeführt. Im vierten Kapitel werden die für die Empirie benutzten Daten und Methodologien erläutert, während im fünften Kapitel die empirische Arbeit im Vordergrund ist und die zentralen Ergebnisse präsentiert werden. Im sechs-

<sup>2</sup>Vgl. Jacqué (2015) S. 265ff. Die Verluste in dieser Investitionsstrategie waren maßgeblich für den Bankrott von LTCM und bildeten die zweitgrößte Verlustposition, welches dazu geführt hat.

<sup>3</sup>Vgl. Krügel (2007), S. 125ff.

<sup>4</sup>Das Produktportfolio an europäischen Staatsanleihen-Derivaten auf der Eurex besteht aus Futures sowie Optionen auf deutsche, schweizerische, italienische und französische Staatsanleihen. Zuletzt wurde das Angebot im Jahr 2015 mit Derivaten auf spanische Staatsanleihen erweitert.

<sup>5</sup>Vgl. <https://www.eurexchange.com/exchange-en/about-us/news/Interview-with-market-participants-BTP-yields-continue-to-drive-Euro-BTP-volume-1397134>, 18.02.2020.

ten Kapitel werden diverse Robustheitsanalysen vorgenommen, um die Ergebnisse unter verschiedenen Bedingungen zu testen und verifizieren. Im letzten Kapitel werden die Erkenntnisse und Befunde konkludiert und weitere Ausblicke diskutiert.

## 2. Literaturüberblick

Das Handeln mit der Volatilität hat sich mit der Entwicklung robuster Methoden für die Replikation und Bewertung von Volatilitätsinstrumenten als eigene Anlageklasse etabliert. Besonders die einflussreiche Arbeit von Carr und Madan (1998) ist maßgebender Bestandteil für diesen Fortschritt. Sie untersuchen drei Methoden, welche sich für das Handeln der realisierten Volatilität eignen: dem Handeln durch statische Positionen in Optionen, durch delta-hedging von Optionen und durch die Nutzung von Volatilitätskontrakten. Carr und Madan (1998) erkennen, dass das delta-hedging gegenüber dem statischen Halten von Optionen vorteilhafter ist, da Ersteres nicht durch den Preis des zugrunde liegenden Basiswertes beeinflusst wird. Dennoch hängt die Rendite von dem Endpreis und der Entwicklung des Preises ab, was sich als Problem darstellt, falls man eine reine Investition in die Volatilität anstrebt. Für solche Anliegen empfehlen Carr und Madan (1998) das Nutzen von Volatilitätskontrakten wie Varianzswaps. Diese und die damit verbundene Varianzrisikoprämie untersuchen Carr und Wu (2009) auf dem U.S. Aktienmarkt genauer, indem sie eine Methode für die Quantifizierung der Varianzrisikoprämie aufstellen. Dabei bewerten Carr und Wu (2009) Varianzswaps mittels europäischen Optionen und Futures in Analogie zu Carr und Madan (1998), mit dem wesentlichen Unterschied, dass Carr und Wu (2009) ihre Methode unter allgemeinen Bedingungen aufstellen, während Carr und Madan (1998) die Annahme über die Stetigkeit des Preises vom zugrunde liegenden Basiswert treffen. Demeterfi, Derman, Kamal und Zou (1999) sowie Kozhan et al. (2013)<sup>6</sup> untersuchen ebenfalls Varianzswaps auf den U.S. Aktienmärkten und es entwickelte sich eine tief greifende Literatur für die Untersuchung von Varianzswaps auf den europäischen Aktienmärkten.

Hafner und Wallmeier (2007) untersuchen Varianzrisikoprämien auf dem deutschen Aktienmarkt und dem EuroStoxx 50. Hierfür benutzen sie Daten von 1995 - 2004 für den DAX und von 2000 - 2005 für den EuroStoxx 50. Sie finden, konsistent mit der Literatur, große negative Varianzrisikoprämien auf beiden Märkten. Die Untersuchung der Varianzrisikoprämie auf dem deutschen Aktienmarkt führen Härdle und Silyakova (2010) ebenfalls durch, allerdings über einen kürzeren Zeitraum.<sup>7</sup> Dabei betrachten sie noch die Dispersions-Strategie, indem Härdle und Silyakova (2010) die Varianz des Indizes verkaufen und die Varianz der jeweiligen Einzelkomponenten kaufen.

Qiao, Xu, Zhang und Zhou (2019) betrachten Varianzrisikoprämien auf den Aktienmärkten von Schwellenländern und ziehen Kontraste zu den Beobachtungen auf den Märkten von Industriestaaten. Sie finden heraus, dass bestimmte Marktentwicklungen die beiden Gruppen unterschiedlich beeinflussen und dementsprechend andere Charakteristika bezüglich der Varianzrisikoprämien aufweisen. Als Beispiel zeigen Qiao et al. (2019), dass während der U.S. Subprime-Krise 2008 die Schwellenländer im Allgemeinen stärker betroffen waren als die Industrieländer, weshalb die Varianzrisikoprämie in diesem Zeitraum für die erste Gruppe höher ausfällt.

Die Forschung der Varianzrisikoprämie erstreckt sich über die globalen Aktienmärkte hinaus zu den Rohstoffmärkten. Vor allem der Artikel von Trolle und Schwartz (2010) ist hierbei ausschlaggebend, welcher Varianzswaps auf Rohöl und Erdgas durch eine robuste und Modell-freie Herangehensweise synthetisiert. Die Ergebnisse sind mit der Literatur übereinstimmend, so wie die von Duarte, Longstaff und Yu (2006), welche die Varianzrisikoprämie auf Zinsen mittels Zinscaps betrachten.

Neuere Untersuchungen beziehen sich dabei auf die Staatsanleihenmärkte. Eine wegweisende Arbeit hierfür stammt von Choi et al. (2017), welche Varianzswaps auf Staatsanleihen und die damit verbundene Varianzrisikoprämie erforscht. Dafür stellen Choi et al. (2017) eine neue Methode auf, die Generalized Treasury Variance Swap, wodurch die Forschung auf die Staatsanleihenmärkte vorangetrieben wird. Der Zweck dieser Abschlussarbeit ist es, die Methode von Choi et al. (2017) als Grundlage zu verwenden, um die Literatur mittels den Anleihenvarianzrisikoprämien auf europäischen Märkten zu erweitern.

Durch entsprechende Erweiterungen können Swaps von höheren Momenten, in Analogie zu den Varianzswaps, gebildet werden. Kozhan et al. (2013) unternehmen genau dies und bilden den Schiefeswap, welches eine Investition in den dritten Moment einer Zufallsvariablen, in diesem Fall der Aktienrendite, ermöglicht. Die Schiefe kann in diesem Zusammenhang als das Tail-Risiko angesehen werden, welches das Risiko extrem unwahrscheinlicher Ereignisse darstellt. Packham, Papenbrock, Schwendner und Woebeking (2016) untersuchen hierfür eine auf ökonomischen Methoden basierende Handelsstrategie, welche charakterisiert ist durch ein dynamisches Portfolio, das gegen solche Risiken absichern soll. Fan, Xiao und Zhou (2019) betrachten zudem die Risikoprämie dieser höheren Momente und untersuchen dabei deren Vorhersagefähigkeit von Aktienrenditen.<sup>8</sup> Dabei unterteilen sie die aggregierte Varianzrisikoprämie in die reine Varianzrisikoprämie, welches allein für das zweite Moment kompensiert, und in das higher-order Risikoprämium, welches Kompensationen über das zweite Moment hinaus darstellt.

<sup>6</sup>Die Forschungen von Kozhan et al. (2013) gehen jenseits von Varianzswaps spezieller auf Höhere-Momente und deren Risikoprämien ein.

<sup>7</sup>Die Daten für den DAX sind zwischen den Jahren 2000 bis 2004.

<sup>8</sup>Bollerslev, Marrone, Xu und Zhou (2014) betrachten die Vorhersagekraft der Varianzrisikoprämien und kommen zu dem Schluss, dass Aktienmarktrenditen durch diese vorhergesagt werden können. Fan et al. (2019) erkennen allerdings, dass diese Vorhersagefähigkeit nur für kurzfristige Zeiträume besteht, während die Vorhersagefähigkeit von der higher-order Risikoprämie auf mittelfristigen Zeiträumen erhalten bleibt.

Fan et al. (2019) finden heraus, dass die unterteilten Risikoprämien unterschiedliche ökonomische Interpretationen liefern.

### 3. Varianzswaps auf Staatsanleihenmärkten

Im nachfolgenden Abschnitt gilt es, Varianzswaps auf Staatsanleihenmärkten zu untersuchen. Dafür wird erst auf die allgemeine Konstruktionsweise eines Varianzswaps eingegangen, welche in Analogie zu Carr und Wu (2009), Carr und Madan (1998) sowie zu Trolle und Schwartz (2010) geschieht. Im Anschluss wird die Generalized Treasury Variance Swap nach Choi et al. (2017) hergeleitet, um die Funktionsweise von Varianzswaps auf Staatsanleihen verstehen zu können. Des Weiteren wird die Methode von Kozhan et al. (2013) betrachtet, welche die Bewertung des Varianzswaps unter diskreten Optionsdaten ermöglicht. Im abschließenden Teil dieses Abschnitts werden Erklärungsansätze für das Varianzrisikoprämium vorgestellt, um eine Intuition für die in Kapitel 5 ausgewiesenen Ergebnisse zu bekommen.

#### 3.1. Konstruktion von Varianzswaps

Ein Varianzswap ist ein over-the-counter (außerbörslich gehandeltes) Derivat, welches eine Investition auf die Volatilität, also die Fluktuation der Kursentwicklung eines Wertpapiers, ermöglicht. Dabei stellt der Varianzswap einen Forward-Kontrakt auf die (annualisierte) realisierte Varianz eines Wertpapiers dar. Wie bei einem Forward-Kontrakt üblich, benötigt der Varianzswap einen Ausübungswert, den Strike, welcher in diesem Fall die implizierte Varianz ist. Die realisierte Varianz  $RV_{t,T}$  über dem Intervall  $[t, T]$  ist der sogenannte Floating Leg des Varianzswaps, dessen Auszahlung anhand der ex-post Varianz des Wertpapiers nach der Fälligkeit des Kontraktes bestimmt wird. Die implizierte Varianz  $K_{t,T}$  ist der Fixed Leg, dessen Wert am Abschlussdatum des Kontraktes festgelegt wird. Bezeichnen wir den Nennbetrag des Varianzswaps mit  $L$ , welches die Auszahlung in Geldeinheiten pro annualisierte Varianz ermöglicht, ist der (long) Payoff eines Varianzswaps gegeben durch

$$L(RV_{t,T} - K_{t,T}). \tag{1}$$

Am Fälligkeitstermin wird der Handel durch einen Barausgleich abgeschlossen.<sup>9</sup> Fällt der Payoff positiv aus, so erfolgt eine Zahlung vom Varianz-Verkäufer an den Varianz-Käufer und andersherum, falls er negativ ausfällt. Der Strike eines Varianzswaps wird so angesetzt, dass der Kapitalwert des Payoffs beim Eröffnen des Handels null beträgt. Der Einstieg in einen Varianzswap trägt daher keine Kosten mit sich, weshalb, nach der Arbitragefreiheit (Carr und Wu (2009)), der Fixed Leg den risikoneutralen Erwartungswert der realisierten Varianz darstellt:

$$K_{t,T} = \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}[RV_{t,T}]. \tag{2}$$

<sup>9</sup>Aufgrund von Margin-Anforderungen können auch während der Laufzeit des Kontraktes Zahlungen erfolgen.

Hierbei ist  $\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}[\cdot]$  der bedingte Erwartungswert auf dem risikoneutralen Maß  $\mathbb{Q}$ .

$F_{t,T_1}$  sei der Preis eines Futures zum Zeitpunkt  $t$  mit der Fälligkeit  $T_1 \geq T$ . Nach Carr und Wu (2009) wird die Annahme getroffen, dass die Mark-to-Market-Bewertung des Futures stetig erfolgt, wodurch, nach Carr und Madan (1998), der Futures-Preis einem Martingal unter dem risikoneutralen Maß gleicht. Nun besagen Carr und Wu (2009), dass, unter der Arbitragefreiheit, der risikoneutrale Erwartungswert der realisierten Varianz bezüglich der Futures-Renditen über dem Intervall  $[t, T]$  durch ein Kontinuum europäischer OTM-Optionspreise über alle Strike-Preise  $X > 0$  und identischen Fälligkeiten  $T$  approximiert werden kann, also

$$K_{t,T} = \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}[RV_{t,T}] = \frac{2}{B(t,T)(T-t)} \left( \int_0^{F_{t,T_1}} \frac{P_{t,T}(X)}{X^2} dX + \int_{F_{t,T_1}}^{\infty} \frac{C_{t,T}(X)}{X^2} dX \right). \tag{3}$$

$B(t, T)$  sei der Preis einer Nullkuponanleihe zum Zeitpunkt  $t$  mit der Fälligkeit zum Zeitpunkt  $T$ ,  $P_{t,T}(X)$  und  $C_{t,T}(X)$  seien die Preise von europäischen Put- und Call-Optionen auf dem Futures zum Zeitpunkt  $t$  mit der Fälligkeit  $T$  und dem Strike-Preis  $X$ .<sup>10</sup>

Die realisierte Varianz wird je nach Ausgestaltung des Kontraktes für den Varianzswap berechnet. Demnach, so Carr und Wu (2009), sind im Vorhinein Rahmenbedingungen zu setzen, welche die Verwendung von logarithmierten oder prozentualen Renditen und das Nutzen von 365 oder 252 Tagen als Anzahl der Handelstage klären. Im Nachfolgenden wird die Vorgehensweise von Trolle und Schwartz (2010) ausgeführt. Sei  $\mathcal{T} = [t_0, t_1, \dots, t_n]$  die Partition des Samples mit den Handelstagen  $t = t_0 < t_1 < \dots < t_n = T$ ,  $N$  die Laufzeit und  $\Delta t = t_i - t_{i-1} = 1/252$  für alle  $i = 1, \dots, n$  der Annualisierungsfaktor. Dann berechnet sich die realisierte Varianz mittels

$$RV_{t,T} = \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=1}^N R(t_i)^2 \tag{4}$$

mit

$$R(t_i) = \log \left( \frac{F_{t_i, T_1}}{F_{t_{i-1}, T_1}} \right). \tag{5}$$

Die Differenz zwischen der (ex post) realisierten Varianz  $RV_{t,T}$  und der implizierten Varianz  $K_{t,T}$  ist der Payoff eines Varianzswaps. Da dieser über die Zeit hinweg im Durchschnitt negativ und mit einer hohen Signifikanz charakterisiert ist, kann empirisch gesehen eine gewisse Struktur erkannt werden. Deshalb ist hier die Rede von der Varianzrisikoprämie (VRP).<sup>11</sup>

<sup>10</sup>Carr und Wu (2009) betrachten zudem einen Approximationsfehler  $\epsilon$ , welcher nach Trolle und Schwartz (2010) einen kleinen Wert aufweist. Dieser ist null, falls der Futures-Preis stetig ist.

<sup>11</sup>Die Literatur hierfür ist sehr umfangreich. Verwiesen wird auf Carr und Wu (2009) sowie auf Demeterfi et al. (1999).

Nachdem die allgemeine Konstruktion eines Varianzswaps nun betrachtet wurde, wird im nächsten Abschnitt dieser speziell für Anleihen ausgeführt.

### 3.2. Bond Varianzswaps

Um die Strukturierung von Varianzswaps auf den Anleihenmärkten verstehen zu können, müssen zunächst grundlegende Unterschiede in der Bewertung für diese, im Gegensatz zu der allgemeinen Herangehensweise aus dem vorherigen Abschnitt, hervorgehoben und erläutert werden. Essenziell dafür ist das Verständnis des risikoneutralen Maßes  $\mathbb{Q}$ . Dieses ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß, unter welchem der Wert einer Anlage ihrem diskontierten  $\mathbb{Q}$ -Erwartungswert gleicht.

Grundgedanke hierfür ist das Fundamental Theorem of Asset Pricing: In einem vollständigen Markt ist der Preis eines Derivates der diskontierte Erwartungswert der zukünftigen Auszahlungen unter dem eindeutigen risikolosen Maß. Solch ein Maß existiert genau dann, wenn der Markt arbitragefrei ist. Unter dem risikoneutralen Maß  $\mathbb{Q}$  sind alle mit dem risikofreien Zins diskontierten Wertpapierpreise  $\mathbb{Q}$ -Martingale.<sup>12</sup> Der risikofreie Zinssatz wird in diesem Zusammenhang als das Numeraire-Gut von  $\mathbb{Q}$  verstanden. Numeraire-Güter sind, nach Geman et al. (1995), positive, keine Dividenden zahlenden Anlagen und verstehen sich als Referenzanlagen, welche alle anderen Wertpapierpreise normieren. In der Literatur wird spezieller vom money market account geredet und nicht direkt vom risikofreien Zins, wenn man über das Numeraire von  $\mathbb{Q}$  berichtet. Die hier betrachtete Definition ist von Brigo und Mercurio (2001)<sup>13</sup>:

Sei  $B(t)$  der Wert eines Bankkontos zum Zeitpunkt  $t \geq 0$ . Angenommen wird, dass  $B(0) = 1$  gilt und die Entwicklung des Bankkontos unter der folgenden Differentialgleichung erfolgt:

$$\partial B(t) = r_t B(t) \partial t. \tag{6}$$

Dabei ist  $r_t$  eine positive Funktion der Zeit. Daraus folgt, dass

$$B(t) = \exp\left(\int_0^t r_s ds\right). \tag{7}$$

Hier werden zwei Aspekte ersichtlich: Zum einen wird deutlich, dass der money market account eine risikolose Investition darstellt, indem der Gewinn sich stetig zum am Markt herrschenden risikofreien Zins verzinst und zum anderen, dass deterministische Zinsen angenommen werden. Dies ist problematisch, wenn die Konstruktion von Varianzswaps auf Anleihen unternommen wird. Die Annahme, dass der Zins deterministisch ist, stellt bei der Bewertung auf den Aktienmärkten keine Hürde da, denn die Veränderung des Zinses hat, im Vergleich zu der Veränderung des Preises der zugrunde liegenden Aktien, eine geringe Auswirkung auf die

Preise von Aktienoptionen. Bei Produkten wie Anleihen, welche von dem Zinssatz abhängen, ist dies verständlicherweise nicht der Fall<sup>14</sup>, weshalb deterministische Zinsen und somit das risikoneutrale Maß  $\mathbb{Q}$  nicht für die Bewertung von Varianzswaps auf Anleihen geeignet ist.

Unter diesem Gesichtspunkt ist die Verwendung eines adäquaten risikoneutralen Maßes erforderlich, wie die des Terminrisikoneutralen Maßes  $\mathbb{Q}_T$ . Dieses benutzt als Numeraire-Gut den Preis einer Nullkuponanleihe, welches nur zum Zeitpunkt  $T$  eine Auszahlung von einer Geldeinheit verspricht<sup>15</sup> und dessen Wert für Zeitpunkte  $t < T$  gegeben ist durch

$$P(t, T) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \exp\left(-\int_t^T r(s) ds\right) \middle| \mathcal{F}_t \right]. \tag{8}$$

Dabei wird der Informationsfluss in der Ökonomie, welcher jedem Akteur in ihr zur Verfügung steht, durch die Filtration  $(\mathcal{F}_t)_{t \in [0, T]}$  dargestellt (Geman et al. (1995)). Es gilt nun, den Maß  $\mathbb{Q}_T$  zu definieren. Um den Preis eines Derivates  $V(t)$  zu bestimmen, muss man nach den vorhergehenden Überlegungen also einen Numeraire-Gut  $N(t)$  auswählen und einen risikoneutralen Erwartungswert gemäß eines Maßes  $\mathbb{N}$  bilden, unter welchem der diskontierte Preis des Derivates einem Martingal entspricht. Formal muss also gelten, dass

$$\frac{V(t)}{N(t)} = \mathbb{E}^{\mathbb{N}} \left[ \frac{V(T)}{N(T)} \middle| \mathcal{F}_t \right]. \tag{9}$$

Der Wert eines Derivates auf ein Zinsprodukt ist dann unter der Gleichung (9) und  $B(t)$  als Numeraire-Gut<sup>16</sup>:

$$\begin{aligned} V(t) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \exp\left(-\int_t^T r(s) ds\right) V(T) \middle| \mathcal{F}_t \right] \\ &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \frac{B(t)}{B(T)} V(T) \middle| \mathcal{F}_t \right]. \end{aligned} \tag{10}$$

Wird jetzt  $P(t, T)$  als Numeraire-Gut gewählt und in die Gleichung (9) eingesetzt, so gilt

$$\begin{aligned} \frac{V(t)}{P(t, T)} &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}_T} \left[ \frac{V(T)}{P(T, T)} \middle| \mathcal{F}_t \right] \\ &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}_T} \left[ V(T) \middle| \mathcal{F}_t \right] \\ V(t) &= P(t, T) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}_T} \left[ V(T) \middle| \mathcal{F}_t \right]. \end{aligned} \tag{11}$$

Durch Hinzunahme von  $P(t, T)$  in den Erwartungswert für

<sup>14</sup>Vgl. Brigo und Mercurio (2001), S. 3 ff.

<sup>15</sup>Es gilt also  $P(T, T) = 1$ .

<sup>16</sup>Hier wurde  $B(t)$  für  $N(t)$  eingesetzt, auf die rechte Seite der Gleichung gestellt und in den Erwartungswert genommen.

<sup>12</sup>Siehe Geman, El Karoui und Rochet (1995) und vgl. Krügel (2007), S. 37 ff.

<sup>13</sup>Vgl. Brigo und Mercurio (2001), S. 2 ff.

$V(t)$  in Gleichung (11) gilt ferner die Beziehung

$$\begin{aligned} V(t) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \frac{B(t)}{B(T)} V(T) \middle| \mathcal{F}_t \right] \\ &\stackrel{!}{=} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}_T} \left[ P(t, T) V(T) \middle| \mathcal{F}_t \right] \\ &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}_T} \left[ \frac{P(t, T)}{P(T, T)} V(T) \middle| \mathcal{F}_t \right]. \end{aligned} \tag{12}$$

Die letzte Gleichung in (12) ist zulässig, da  $P(T, T) = 1$  gilt. Um nun das Maß von  $\mathbb{Q}$  zu  $\mathbb{Q}_T$  zu ändern, wird die Radon-Nikodym Ableitung  $\frac{\partial \mathbb{Q}_T}{\partial \mathbb{Q}}$  gebildet. Dabei wird sie so angewendet, dass gilt  $\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_T}[X] = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ X \frac{\partial \mathbb{Q}_T}{\partial \mathbb{Q}} \right]$ :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}_T} \left[ \frac{P(t, T)}{P(T, T)} V(T) \middle| \mathcal{F}_t \right] &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \frac{P(t, T)}{P(T, T)} V(T) \frac{\partial \mathbb{Q}_T}{\partial \mathbb{Q}} \middle| \mathcal{F}_t \right] = \\ &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \frac{B(t)}{B(T)} V(T) \middle| \mathcal{F}_t \right]. \end{aligned} \tag{13}$$

Es ist leicht zu erkennen, dass die Radon-Nikodym Ableitung, welche das Terminrisikoneutrale Maß  $\mathbb{Q}_T$  definiert, gegeben ist durch

$$\frac{\partial \mathbb{Q}_T}{\partial \mathbb{Q}} = \frac{B(t)/B(T)}{P(t, T)/P(T, T)} = \frac{\exp\left(-\int_t^T r(s) ds\right)}{P(t, T)}. \tag{14}$$

Unter diesem Maß sind Forwardpreise Martingale, während unter  $\mathbb{Q}$  Futurespreise Martingale darstellen.

Nach diesen grundlegenden Überlegungen ist die Konstruktion von Varianzswaps auf Anleihen zu betrachten, da mittels  $\mathbb{Q}_T$  nun stochastische Zinsen erlaubt sind. Angelehnt wird dabei auf die Vorgehensweise von Choi et al. (2017), welche für diesen Zweck die Generalized Treasury Variance Swap, oder auch GTVS, aufstellen. Die realisierte Varianz  $\widetilde{RV}_{t,T}$  wird im GTVS definiert unter

$$\widetilde{RV}_{t,T} = 2 \sum_{i=1}^n \left[ \frac{F_{t_i,T}}{F_{t_{i-1},T}} - 1 - \log \frac{F_{t_i,T}}{F_{t_{i-1},T}} \right], \tag{15}$$

wobei  $t = t_0 < t_1 < \dots < t_n = T$  die Handelstage und  $F_{t,T}$  den Preis eines Forwards zum Zeitpunkt  $t$  mit Fälligkeit  $T$  auf eine zugrunde liegende Anlage  $X_T$  bezeichnen. Der Zeitpunkt wird dabei festgelegt auf  $t = 0$ . Choi et al. (2017) leiten zudem den Log Treasury Variance Swap (LTVS) her, welcher für die realisierte Varianz die quadrierten logarithmierten Renditen in Analogie zu Gleichung (4) benutzt. Diese Vorgehensweise erweist sich allerdings als suboptimal, da sich durch die Quadrierung der Renditen die Absicherung für die LTVS als ineffizient erweist. Zudem ist in der LTVS die Annahme der Stetigkeit des Forwardpreises, während in der GTVS keinerlei Annahmen über  $F_{t,T}$  getroffen werden. Dadurch ist die GTVS allgemeingültiger und erlaubt sogar Sprünge in dem Forwardpreis.

Der Floating Leg  $\widetilde{RV}_{t,T}$  wird mit einem fairen Strike-Preis  $\widetilde{F}_{t,T}$  ausgetauscht, welches definiert wird durch

$$\widetilde{F}_{t,T} = \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}_T}[\widetilde{RV}_{t,T}]. \tag{16}$$

Choi et al. (2017) liefern dadurch das zentrale Ergebnis für den GTVS unter ihrem 2. Satz:

Für jeden Prozess  $F_{t,T}$  kann die Auszahlung  $\widetilde{RV}_{t,T}$  perfekt durch eine statische Position in

$$\widetilde{F}_{t,T} = \frac{2}{p_{t,T}} \left( \int_0^{F_{t,T}} \frac{P_{t,T}(K)}{K^2} dK + \int_{F_{t,T}}^{\infty} \frac{C_{t,T}(K)}{K^2} dK \right) \tag{17}$$

und in einer dynamischen Position in dem zugrunde liegenden Wertpapier, welches in jedem Zeitpunkt  $s \in \mathcal{T} = [t_0, t_1, \dots, t_n]$  den Wert  $2\left(\frac{1}{F_{s,T}} - \frac{1}{F_{t,T}}\right)$  hält, repliziert werden.

$P_{t,T}(K)$  und  $C_{t,T}(K)$  bezeichnen die Preise für europäische Put- und Call- Optionen zu dem Strike-Preis  $K$  und  $p_{t,T}$  den Preis einer Nullkuponanleihe. Die über die Zeit hinweg durchschnittliche Differenz des Floating Legs zum Fixed Leg wird auch in diesem Kontext als das Varianzrisikoprämium verstanden.

### 3.3. Varianzswaps mit diskreten Optionen

In der Bewertung des Fixed Legs durch das Replikationsportfolio ist zu erkennen, dass die Integrale über alle möglichen und damit stetigen Strike-Preise integrieren. Dies ist zwar in der Theorie möglich, doch in der Praxis nicht vertretbar, denn es existieren nicht überabzählbar viele Strike-Preise für Optionen. Diese Tatsache ist weitbekannt, Härdle und Silyakova (2010) führen dies zum Beispiel weiter aus und meinen, dass der Wert des Replikationsportfolios dadurch in der Regel unterbewertet wird. Um dieses Problem zu umgehen, führen Härdle und Silyakova (2010) eine stückweise lineare Approximation durch, um zu bestimmen, wie viele Optionen ein Investor zum jeweiligen Strike-Preis erwerben sollte, um das Replikationsportfolio zu bewerten. In diesem Abschnitt wird eine alternative Methode von Kozhan et al. (2013) betrachtet, welches ebenfalls diese Problematik umgeht.

$P_{t,T}(K)$  und  $C_{t,T}(K)$  seien wie gewohnt die Preise für europäische Put- und Call-Optionen und  $B_{t,T}$  der Preis einer Anleihe zum Zeitpunkt  $t$ , wobei auch hier  $B_{T,T} = 1$  gelten muss. Weiterhin werde angenommen, dass zum Zeitpunkt  $t$  Call- und Put-Optionen zur Fälligkeit  $T$  zu  $N + 1$  verschiedenen Strike-Preisen  $K_i$ , wobei diese sortiert sind von  $K_0$  bis  $K_N$ , gehandelt werden. Mit der Menge an Optionspreisen  $C_{t,T}(K_i)$  und  $P_{t,T}(K_i)$  kann man die implizierte Varianz, oder den Fixed Leg, nun nach folgender Weise bestimmen:

Man definiere zunächst die Funktion

$$\Delta I(K_i) = \begin{cases} \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}, & \text{für } 0 \leq i \leq N \text{ (mit } K_{-1} \equiv 2K_0 - K_1, K_{N+1} \equiv 2K_N - K_{N-1}) \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Nun kann man mit den diskreten Optionsdaten den Fixed Leg

$IV_{Koz}$  bestimmen<sup>17</sup>:

$$IV_{Koz} = 2 \sum_{K_i \leq F_{t,T}} \frac{P_{t,T}(K_i)}{B_{t,T} K_i^2} \Delta I(K_i) + 2 \sum_{K_i > F_{t,T}} \frac{C_{t,T}(K_i)}{B_{t,T} K_i^2} \Delta I(K_i)$$

$$= \frac{2}{B_{t,T}} \left( \sum_{K_i \leq F_{t,T}} \frac{P_{t,T}(K_i)}{K_i^2} \Delta I(K_i) + \sum_{K_i > F_{t,T}} \frac{C_{t,T}(K_i)}{K_i^2} \Delta I(K_i) \right). \quad (18)$$

Den Floating Leg  $RV_{Koz}$  berechnen Kozhan et al. (2013) mit

$$RV_{Koz} = \sum_{i=t}^T [2(\exp(r_{i,i+1}) - 1 - r_{i,i+1})]. \quad (19)$$

Dabei ist  $r_{t,T}$  die Log-Rendite eines Forwards zum Zeitpunkt

$t$  mit Fälligkeit  $T$ , also  $r_{t,T} = \log\left(\frac{F_{T,T}}{F_{t,T}}\right)$ .

Da nun die Konstruktion von Varianzswaps unter diversen Rahmenbedingungen verdeutlicht wurde, gilt es im Folgenden die Varianzrisikoprämie näher zu betrachten, denn das Verständnis dafür ist wesentlich für Überlegungen bezüglich der Volatilität.

### 3.4. Erklärungsansätze für das Varianzrisikoprämium

Da Varianzswaps vor allem während Zeiten erhöhter Nervosität hohe Renditen abwerfen, kann man von einer Absicherungsfunktion der VRP sprechen. Die Intuition dafür ist wie folgt: Risikoaverse Investoren scheuen sich vor Markteinbrüchen und die damit verbundene Volatilität, so Feunou, Jahan-Parvar und Okou (2015), weshalb sie dazu bereit sind, eine Prämie zu bezahlen, um sich vor diesen absichern zu können. Damit zusammenhängend zeigen Figlewski und Wang (2000), dass der Einfluss negativer Aktienrenditen auf die Volatilität deutlich stärker ist als der Einfluss positiver Aktienrenditen, weshalb sie von einem „down market effect“ reden. Diese Erkenntnis bestätigen Held und Omachel (2014), welche die VRP unterteilen in die obere und untere Semivarianzrisikoprämie und dadurch feststellen, dass die VRP fast ausschließlich durch Abwärtsrisiken erklärt werden kann. Die Annahme liegt demnach nahe, dass die Varianzrisikoprämie eine Entschädigung für die Absicherung gegen negative Unsicherheiten darstellt. Diese Erkenntnis ist auf Staatsanleihen übertragbar, da Anleihenrenditen, nach Chiang (2016), eine Schiefe aufweisen. Abhängig von der Kreditqualität ist es mehr oder weniger wahrscheinlich, dass am Laufzeitende eine Anleihe den vollen Betrag, oder weniger als diesen, zurückzahlt, während im Normalfall die Auszahlung diesen nicht überschreitet. Nach dieser asymmetrischen Verteilung der Renditen auf Anleihen liegt die Vermutung nahe, dass die Anleihenvarianzrisikoprämie ebenfalls hauptsächlich durch Abwärtsrisiken erklärt werden kann.

Mueller, Vedolin und Yen (2012) finden dabei heraus, dass die Höhe der Prämie, welche Investoren bereit sind zu

bezahlen oder erhalten, um sich vor unerwarteten makroökonomischen Veränderungen abzusichern, von der Unsicherheit dieser abhängt. Speziell für Varianzrisikoprämien auf den Staatsanleihenmärkten erkennen Mueller et al. (2012), dass die Unsicherheit bezüglich der Inflation den größten Einfluss auf diese hat.<sup>18</sup>

Hafner und Wallmeier (2007) gehen eher von einem Diversifikationsvorteil der VRP aus. Nach ihnen ist die negative Korrelation zwischen dem Kurs eines Basiswertes und seiner implizierten Volatilität während Markteinbrüchen deutlich attraktiver als zu anderen Zeiten. Falls die Märkte effizient sind, so Hafner und Wallmeier (2007), sollten günstige Eigenschaften der Volatilität in höheren Bepreisungen von Volatilitätsinstrumenten resultieren. Doch sie nennen zudem eine alternative Erklärung für die VRP, die eher von struktureller Natur ist: Die Höhe der Prämie ist nicht durch ökonomische Faktoren bestimmt, sondern spiegelt die systematische Überbewertung von OTM Call- und Put-Optionen wider.<sup>19</sup>

## 4. Daten und Methodologie

Im Folgenden werden die für die empirische Arbeit benutzten Daten und Methodologien genauer betrachtet. Für die Replikation des GTVS werden Futures- und (amerikanische) Optionsdaten benötigt, welche aus der Karlsruher Kapitalmarktdatenbank (KKMDB) entstammen.<sup>20</sup> Die verfügbaren Daten beinhalten dabei tägliche Informationen zu Optionen und Futures auf deutschen Staatsanleihen mit den Laufzeiten 10-, 5- und 2-Jahren. Zu dem sind in dem Datensatz Informationen zu französischen und italienischen Staatsanleihen gegeben, jeweils mit zehnjähriger Laufzeit. Die Zeiträume unterscheiden sich jedoch deutlich zwischen den betrachteten Ländern: Die deutschen Staatsanleihen beinhalten tägliche Daten von Januar 2002 bis Dezember 2018, während die französischen von September 2013 bis Dezember 2018 und die italienischen von September 2017 bis Dezember 2018 laufen. Vor jeglicher Datenfilterung beträgt die Menge an Optionsdaten 8,205,276 und die Menge an Futuresdaten 51,897 Datenpunkte.

Die Datenfilterung beinhaltet folgende Kriterien: Es werden zunächst alle Datenpunkte entfernt, deren Futuresbeziehungsweise der Optionspreis und der Strikepreis null betragen. Danach werden die Optionspreise entfernt, welche nicht die Randbedingungen der Arbitragefreiheit erfüllen. Des Weiteren werden nur Optionen ausgewählt, welche nahe OTM sind, also wo der Strikepreis einer Call-Option größer gleich 0,94-mal dem Futurespreis und der Strikepreis einer Put-Option kleiner gleich 1,06-mal dem Futurespreis

<sup>18</sup>Eine Veränderung der Inflationsunsicherheit um eine Standardabweichung impliziert im Durchschnitt eine Veränderung der Varianzrisikoprämie um fast eine halbe Standardabweichung.

<sup>19</sup>Wie in den vorhergehenden Abschnitten gezeigt, werden OTM-Optionen für die Replikation des Fixed Legs eines Varianzswaps verwendet.

<sup>20</sup>Zu beachten ist, dass die Theorie für die Bewertung des GTVS europäische Optionen auf Forwards benutzt. Choi et al. (2017) zeigen allerdings, dass die Preisunterschiede zwischen amerikanischen Optionen auf Futures und europäischen Optionen auf Forwards vernachlässigbar klein sind.

<sup>17</sup>Es werden, in Analogie zu dem stetigen Fall, über die OTM Put- sowie Call-Optionen aufsummiert.

ist. Die Optionen werden zu den jeweiligen Futures zugeordnet und der Zinssatz durch den dreimonatigen EURIBOR aus Bloomberg erhoben.

Diese Herangehensweise unterscheidet sich zu Choi et al. (2017) vor allem in den Kriterien der Datenfilterung. Während bei Choi et al. (2017) zusätzlich Datenpunkte entfernt werden, für die der open interest null beträgt, wird in dieser Arbeit aus folgendem Grund davon abgesehen: Nach der vorgestellten Datenbereinigung verbleiben 5,294,168 Optionsdaten (64,5% des Gesamtdatensatzes). Würden die Daten entfernt werden, welche einen open interest von null aufweisen, würde sich die Anzahl der verbleibenden Daten auf 1,786,194 (21,8% des Gesamtdatensatzes) verringern. Um genug Daten für die Empirie beibehalten zu können, wird dieses Kriterium nach Choi et al. (2017) hier nicht berücksichtigt, damit die berechneten Ergebnisse weitestgehend repräsentativ bleiben. Nach dieser Vorarbeit wird nun die Methodologie betrachtet.

Um den Implied Leg des GTVS berechnen zu können, geht man wie folgt vor: Zunächst müssen die implizierten Volatilitäten der Optionen mittels den verfügbaren Optionspreisen nach Black (1976)<sup>21</sup> bestimmt werden. Diese werden zusammen mit den jeweiligen Strikepreisen durch einen kubischen Spline mit natürlichen Randbedingungen interpoliert. Durch diese Interpolation ist es möglich, für jeden möglichen Strikepreis den Black (1976)-Wert einer (europäischen) Option zu bestimmen. Durch das Anwenden der Formeln (17) und (15) aus Abschnitt 3.2 können nun der Implied Leg und der Realized Leg des GTVS berechnet werden. Die Berechnungen unter der Beachtung diskreter Optionsdaten (Kozhan-Methode) erfolgt anhand der Vorgehensweise aus Kapitel 3 Abschnitt 3.

Unter dem GTVS-Setting (Kozhan et al. (2013)-Setting) ergeben sich für die deutschen 10-jährigen Staatsanleihen insgesamt 10,815 (9,494) Varianzswaps über alle Laufzeiten hinweg, für die 5-jährigen 10,387 (9,582) und für die 2-jährigen 10,048 (9,909). Für die französischen und italienischen jeweils 2,941 (1264) und 668 (339). Durch eine monatliche Betrachtungsweise ergeben sich für die deutschen Staatsanleihen maximal 192, für die französischen und italienischen jeweils 58 und 14 Beobachtungen. Die monatlichen Observierungen der einmonatigen Varianzswaps für die deutschen Staatsanleihen mit den Laufzeiten 10, 5 und 2 Jahren belaufen sich in dem GTVS-Setting jeweils auf 146, 138 und 145. Für die französischen und italienischen beträgt die Anzahl an monatlichen Observierungen jeweils 46 und 11. Mittels der Kozhan-Methode ergibt sich für die einmonatigen Varianzswaps auf deutschen Staatsanleihen 116, 112 und 114 monatliche Observierungen für die Laufzeiten 10, 5 und 2 Jahren. Bei den französischen beträgt dies 10, während für die italienischen anhand der Kozhan-Methode keine einmonatigen Varianzswaps strukturiert werden konnten.<sup>22</sup>

<sup>21</sup>Dieses Modell, auch Black-76 Modell genannt, eignet sich unter anderem für die Bewertung von Optionen auf Futures und Anleihen. Der Unterschied zu dem Modell nach Black und Scholes (1973) liegt in dem Ersetzen des aktuellen Aktienkurses durch den diskontierten Futurespreis.

<sup>22</sup>Wie in Kapitel 6 zur Robustheit zu sehen sein wird, wird dieses Problem

## 5. Empirie

Dieses Kapitel stellt den Hauptteil dieser Abschlussarbeit dar und führt alle vorherigen Überlegungen zusammen. Eingegangen wird vor allem auf die Rendite der einmonatigen Anleihenvarianzswaps, mit besonderem Fokus auf den deutschen Staatsanleihenmärkten. Im zweiten Teil dieses Kapitels werden die Ergebnisse auf europäischer Ebene verglichen.

Die Auszahlung des Varianzswaps kann berechnet werden durch

$$\widetilde{RV}_{t,T} - \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}_T}[\widetilde{RV}_{t,T}], \quad (20)$$

skaliert um den fairen Strike-Preis ergibt sich die prozentuale Rendite

$$r_{t,T}^{GTVS} = \frac{\widetilde{RV}_{t,T}}{\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}_T}[\widetilde{RV}_{t,T}]} - 1. \quad (21)$$

Die Log-Rendite ist gegeben durch

$$l r_{t,T}^{GTVS} = \log\left(\frac{\widetilde{RV}_{t,T}}{\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}_T}[\widetilde{RV}_{t,T}]}\right).^{23} \quad (22)$$

### 5.1. Varianzswaps auf dem deutschen Staatsanleihenmarkt

Hier werden die Renditen der Anleihenvarianzswaps auf 10-, 5- und 2-jährige deutsche Staatsanleihen betrachtet. Zunächst werden die Ergebnisse vorgestellt und im Anschluss werden diese auf ihre Erklärbarkeit untersucht.

#### 5.1.1. Renditen der Varianzswaps

Tabelle 1 fasst die annualisierten Renditen der GTVS und der Varianzswaps mittels der Kozhan-Methode auf deutsche Staatsanleihen zusammen. Das Alpha wurde hierbei durch Jensen's Alpha berechnet, für dessen Berechnung eine Zeitreihe der Marktrendite auf dem deutschen Staatsanleihenmarkt benötigt wird. Die Daten dafür basieren auf dem Barclays Germany Treasury Bond Index, welcher aus Bloomberg entnommen wurde.<sup>24</sup> Nach Carr und Wu (2009) ist die Log-VRP als die durchschnittliche jährliche Überrendite zu verstehen, welche durch eine Long-Position in einen Varianzswap und das Halten dieser bis zur Fälligkeit erzielt werden könnte. Anhand dieser Berechnung ist zu erkennen, dass Short-Positionen in die GTVS auf deutsche Staatsanleihen attraktive durchschnittliche Überrenditen generieren. Diese betragen 40% für die 10-jährigen, 39,9% für die 5-jährigen und 82,6% für die 2-jährigen Laufzeiten. Die Renditen sind höchst Signifikant; die t-Statistiken rangieren von 5,718 für die 2-jährigen bis zu 12,529 für die 5-jährigen Laufzeiten. Choi et al. (2017) finden qualitativ vergleichbare Werte, doch die Sharpe Ratio's in ihren Berechnungen

behalten, indem Varianzswaps mit einer Laufzeit nahe einem Monat gebildet werden.

<sup>24</sup>In der Literatur ist zudem die Verwendung des deutschen Rentenindizes als Performance-Maß, der REXP, zu finden. Dieses wird in Kapitel 6 für die Robustheitsanalyse verwendet.

**Tabelle 1:** Varianzswaprenditen für deutsche Staatsanleihen

GTVS										
LZ	Mean	t-stat	Med	STD	Max	Skew	Kurt	SR	Alpha	t-stat
10-j.	-0,400	-9,390	-0,383	0,452	0,828	-1,048	6,060	-0,885	-0,439	-11,648
5-j.	-0,399	-12,529	-0,399	0,493	1,120	-0,889	5,476	-0,809	-0,500	-17,106
2-j.	-0,826	-5,718	-0,743	0,702	1,039	-0,203	-0,036	-1,177	-0,852	-6,154
Kozhan-Methode										
LZ	Mean	t-stat	Med	STD	Max	Skew	Kurt	SR	Alpha	t-stat
10-j.	-0,149	-2,869	-0,226	0,683	4,513	3,122	18,183	-0,218	-0,278	-5,181
5-j.	-0,076	-0,831	-0,191	0,676	3,601	2,537	9,727	-0,112	-0,128	-1,342
2-j.	-0,178	-3,385	-0,208	0,779	3,703	0,992	5,992	-0,228	-0,235	-4,595

Diese Tabelle berichtet die Ergebnisse der Log-Renditen für einmonatige Varianzswaps auf deutsche Staatsanleihen mit den Laufzeiten (LZ) 10, 5 und 2 Jahren. Die angegebenen Statistiken sind der Reihe nach der Mittelwert, der Median, die Standardabweichung, das Maximum, die Schiefe, die Kurtosis, die Sharpe Ratio und das Alpha. Die Daten wurden monatlich erhoben und die t-Statistiken wurden nach [Newey und West \(1987\)](#) korrigiert.

auf dem U.S. Staatsanleihenmarkt sind stets geringer als die hier berichteten.<sup>25</sup> Die Volatilität der Renditen ist auf einem relativ hohen Niveau und bewegt sich in dem Bereich von 45% für die 10-jährigen bis zu 70% für die 2-jährigen Laufzeiten. Die negative Schiefe über alle Laufzeiten hinweg ist zu bemerken, da dies, im Gegensatz zu [Choi et al. \(2017\)](#), impliziert, dass die Rendite der Short-Position in einen Varianzswap eine positive Schiefe aufweist. Die Alpha-Werte sind alle stets größer als die Renditen und weisen sehr hohe Signifikanzen auf, was darauf hinweist, dass die Renditen nicht durch die von dem Markt erklärt werden können. Dies ist vergleichbar mit den Ergebnissen von [Choi et al. \(2017\)](#).

Die Werte nach der Kozhan-Methode sind deutlich unterschiedlich: Die Renditen sind für alle Laufzeiten um einiges geringer und rangieren von 7,6% für 5-jährige bis zu 17,8% für 2-jährige Staatsanleihen mit geringeren Signifikanzen, welches vor allem bei den 5-jährigen Laufzeiten nicht signifikant von null unterschiedlich ist. Die Alpha's bleiben dennoch, bis auf die Laufzeit von 5 Jahren, relativ hoch und signifikant. Zudem ist hier die Kurtosis für alle Laufzeiten viel höher mit Werten von 5,992 für die 2-jährigen und 18,183 für die 10-jährigen. Dies impliziert ein höheres Risiko einer Short Varianzswap Strategie, was auch durch die höheren Standardabweichungen zu sehen ist: Die 2-jährige Laufzeit weist mit 77,9% den höchsten Wert und die 5-jährige mit 67,6% den niedrigsten Wert auf. Die stets positive Schiefe und damit die negative Schiefe in der Rendite für die Short Varianzswap Strategie ist ebenfalls in Kontrast zu der GTVS-Herangehensweise. Die niedrigeren Renditen und höheren Volatilitäten resultieren in geringeren Sharpe Ratio's, welche jeweils für die 10-, 5- und 2-jährigen Laufzeiten 0,218, 0,112 und 0,228 betragen.

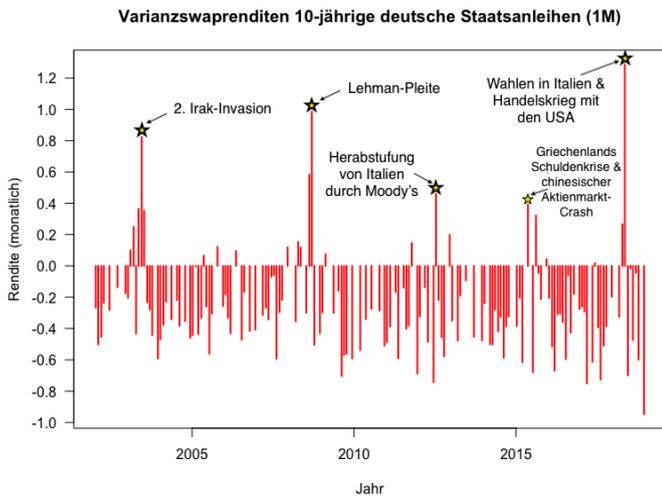
<sup>25</sup>Es ist allerdings anzumerken, dass es sich bei den Ergebnissen von [Choi et al. \(2017\)](#) um prozentuale Renditen handeln. Das Vergleichen ihrer Ergebnisse mit den hier logarithmierten Renditen hat daher eine geringe Aussagekraft und wird verlagert in Kapitel 6, in welchem ebenfalls prozentuale Renditen betrachtet werden.

Um die Renditen der einmonatigen Varianzswaps zu veranschaulichen, werden diese zusammen mit den dazugehörigen Zeitreihen der realisierten und implizierten Volatilitäten in den Abbildungen 1 bis 6 geplottet.<sup>26</sup> Hierbei werden die Varianzswaprenditen, jeweils auf der linken Seite, durch die Gleichung (21) für GTVS und durch die Gleichung (22) für die Kozhan-Methode berechnet. Die Volatilitäten, jeweils auf der rechten Seite, sind annualisiert und in Prozentzahlen angegeben. Alle Daten wurden monatlich berechnet. Es ist deutlich zu erkennen, dass die realisierte Volatilität über die meiste Zeit hinweg geringer ist als die implizierte Volatilität und dass die Peaks, welche die höchsten Renditen bei einer Long Varianzswap Position abwerfen, mit ökonomisch relevanten Ereignissen verbunden sind. Dabei ist festzustellen, dass einige Peaks, unabhängig der Laufzeit der zugrunde liegenden Staatsanleihe, identisch sind. Solche Ereignisse sind beispielsweise die Lehman-Pleite, Griechenlands Schuldenkrise, das Brexit-Referendum sowie die 2. Irak-Invasion. Kürzlich sind die Wahlen in Italien, bei denen die Populisten die Mehrheit gewannen, für erhöhte Unsicherheit an den Märkten verantwortlich. Die Sorge war, dass es dadurch zu einem ähnlichen Event wie dem Brexit, dem „Italexit“, kommen könnte.<sup>27</sup> Für große Unsicherheit an den Märkten sorgte zudem der Handelskrieg, welcher zwischen der E.U. und den U.S.A. Mitte 2018 entflammte.

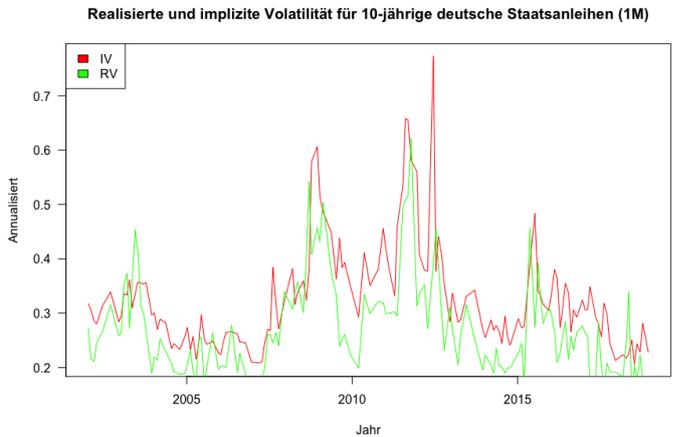
Um einen Einblick in den deutschen Aktienmarkt zu bekommen, untersuchen [Hafner und Wallmeier \(2007\)](#) die Varianzrisikoprämie auf dem DAX und bilden dazu, mittels (europäischen) Options- und Futuresdaten, Varianzswaps mit ei-

<sup>26</sup>Ein wesentlicher Aspekt, der durch diese Abbildungen deutlich wird, ist die Tatsache, dass für einige Monate keine Daten existieren. Dies liegt daran, dass für bestimmte Monate keine Varianzswaps mit einer Laufzeit von einem Monat gebildet werden konnten. Dieses Problem wird in dem Kapitel zur Robustheit aufgenommen.

<sup>27</sup>Vgl. z.B. <https://www.handelsblatt.com/finanzen/maerkte/devisen-rohstoffe/italien-flammt-die-euro-krise-wieder-auf-drei-moegliche-italexit-szenarien/22620406.html?ticket=ST-335437-PnlNtv0Yy6Nsi4Ldh3AH-ap2, 01.02.2020>.

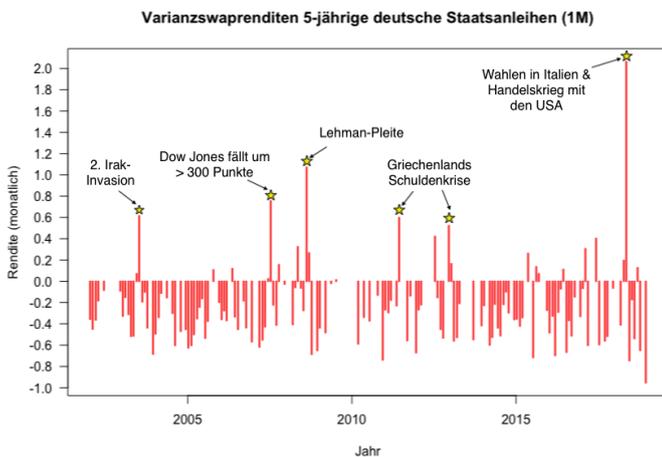


(a) Renditen

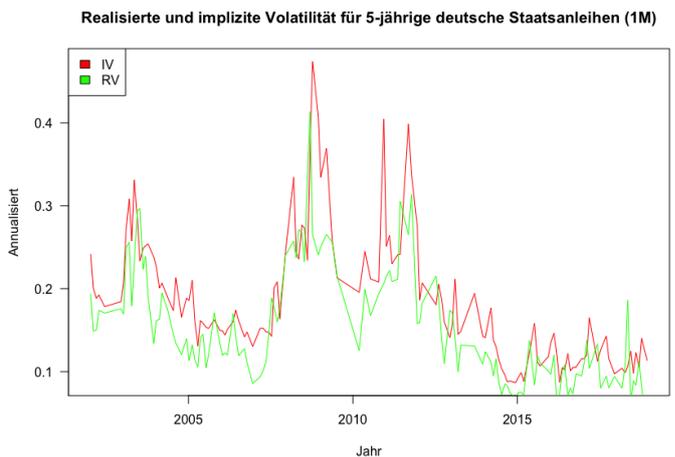


(b) Volatilitäten

Abbildung 1: GTVS auf 10-jährige deutsche Staatsanleihen



(a) Renditen



(b) Volatilitäten

Abbildung 2: GTVS auf 5-jährige deutsche Staatsanleihen

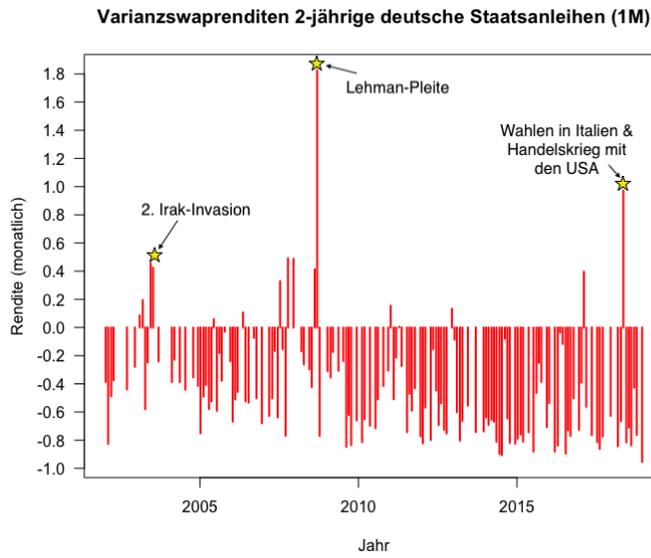
ner Laufzeit von 45 Tagen. In ihrer Untersuchung, welche den Zeitraum von 1995 bis 2004 beinhaltet, finden Hafner und Wallmeier (2007) eine monatliche durchschnittliche logarithmierte Rendite von -0,271 bei einer Standardabweichung von 0,498, was in einer monatlichen Sharpe Ratio von -0,544 resultiert.

5.1.2. Analyse der Renditen

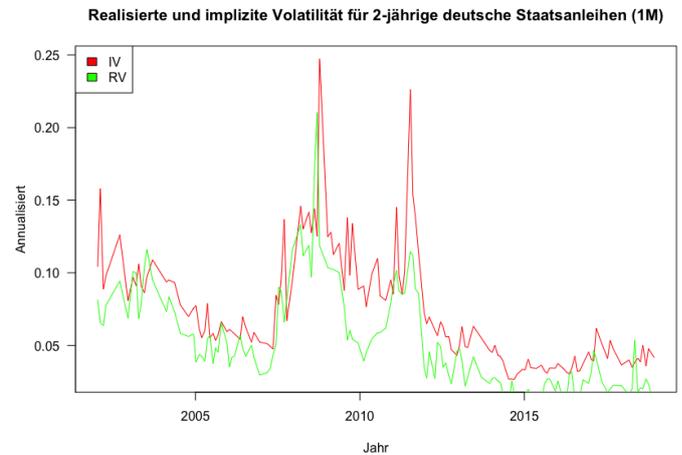
Nachdem die Renditen berechnet worden sind, liegt die Frage nahe, ob diese durch etwaige Risikofaktoren begründet werden können, also ob die Anleihenvarianzswap-Renditen auf dem deutschen Markt für bestimmte Risiken kompensieren. Um dies zu erforschen, wird ein Regressionsmodell auf die jeweiligen logarithmierten Renditen durchgeführt. Hierbei werden für die Faktoren, nach welchen untersucht wer-

den sollen, ob die Renditen von diesen abhängen, die Rendite am deutschen Staatsanleihenmarkt (MRKT), das Size (SMB), der Book-to-Market (HML), das Momentum (MOM) sowie die Marktrendite am deutschen Aktienmarkt (EQM) betrachtet. Das Modell ist also das Carhart (1997) Vier-Faktoren Modell erweitert um die Aktienmarktrendite. Die Daten SMB, HML, MOM und EQM für den deutschen Markt werden von der Humboldt-Universität zu Berlin durch die wirtschaftswissenschaftliche Fakultät zur Verfügung gestellt, während für MRKT wieder der Bloomberg Barclays Germany Treasury Bond Index benutzt wird. Formal lautet das Regressionsmodell also:

$$r_t^i = \alpha + \beta_1 r_t^{MRKT} + \beta_2 r_t^{SMB} + \beta_3 r_t^{HML} + \beta_4 r_t^{MOM} + \beta_5 r_t^{EQM}. \quad (23)$$

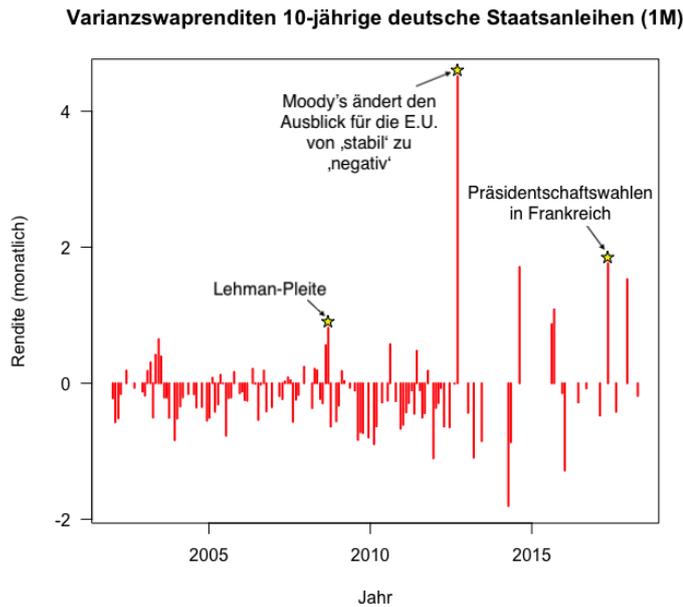


(a) Renditen

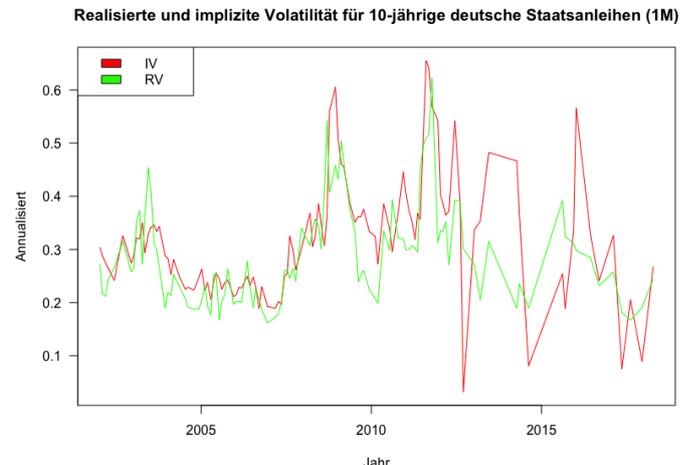


(b) Volatilitäten

Abbildung 3: GTVS auf 2-jährige deutsche Staatsanleihen



(a) Renditen



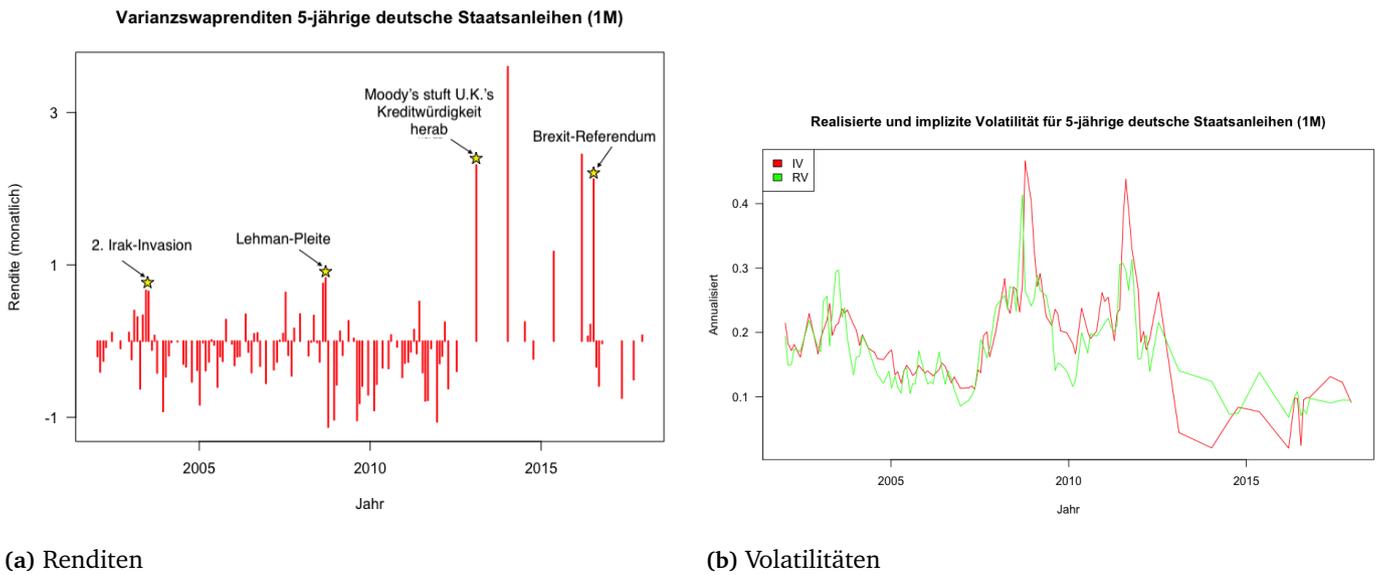
(b) Volatilitäten

Abbildung 4: Kozhan-Methode auf 10-jährige deutsche Staatsanleihen

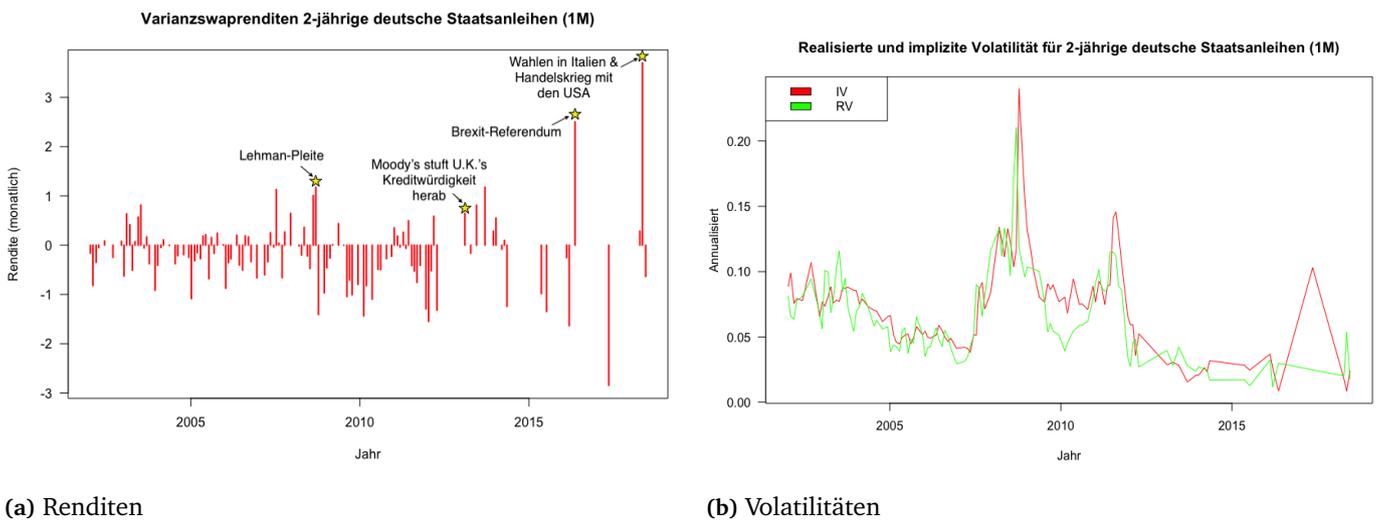
Hierbei ist  $r_t^i$  die  $i$ -te Rendite zum Zeitpunkt  $t$ . Wichtig ist anzumerken, dass die Daten von der Humboldt-Universität nur tägliche Informationen bis Juni 2016 beinhalten, weshalb die Zeiträume der Daten, mit denen in dieser Abschlussarbeit bisher gearbeitet wurde, für die Analysen angepasst werden müssen. Die Zeitperioden der Daten für die Faktoren und der hier vorliegenden Daten für die Varianzswaprenditen wurden dementsprechend aneinander angepasst, diese

laufen von Januar 2002 bis Juni 2016. Nach der GTVS sind für die 10-, 5- und 2-jährigen zugrunde liegenden deutschen Staatsanleihen insgesamt jeweils 122, 116 und 123 monatliche Daten zur Verfügung. Nach der Kozhan-Methode beträgt die Anzahl der monatlichen Daten 110, 105 und 110 für die 10-, 5- und 2-jährigen Laufzeiten. Tabelle 2 zeigt die berechneten Ergebnisse.

Das Alpha der Strategie ist für den GTVS nach wie vor



(a) Renditen (b) Volatilitäten  
**Abbildung 5:** Kozhan-Methode auf 5-jährige deutsche Staatsanleihen



(a) Renditen (b) Volatilitäten  
**Abbildung 6:** Kozhan-Methode auf 2-jährige deutsche Staatsanleihen

**Tabelle 2:** Risikoadjustierte Varianzswaprenditen für deutsche Staatsanleihen

GTVS												
LZ	Alpha	t-stat	MRKT	t-stat	SMB	t-stat	HML	t-stat	MOM	t-stat	EQM	t-stat
10-j.	-0,334	-6,026	-3,741	-0,997	-0,000	-0,025	-0,024	-1,415	-0,001	0,266	-0,010	-1,133
5-j.	-0,318	-10,179	-5,955	-3,035	-0,015	-1,703	0,000	0,002	-0,010	-1,061	-0,024	-2,236
2-j.	-0,670	-5,032	-4,933	-1,398	-0,028	-0,985	-0,018	-0,730	-0,020	-1,506	-0,033	-2,741
Kozhan-Methode												
LZ	Alpha	t-stat	MRKT	t-stat	SMB	t-stat	HML	t-stat	MOM	t-stat	EQM	t-stat
10-j.	-0,138	-2,514	-3,986	-1,086	-0,016	-0,833	-0,027	-1,405	-0,002	-0,502	-0,011	-2,629
5-j.	-0,075	-0,967	-2,987	-0,763	0,017	0,705	0,008	0,272	0,004	0,282	-0,001	-0,028
2-j.	-0,130	-2,447	-8,356	-1,838	-0,014	-0,608	-0,011	-0,488	-0,002	-0,211	-0,019	-1,901

Diese Tabelle berichtet die Ergebnisse des Regressionsmodells aus Gleichung (23) für einmonatige Varianzswaps auf deutsche Staatsanleihen mit den Laufzeiten (LZ) 10, 5 und 2 Jahren. Die Daten wurden monatlich erhoben und die t-Statistiken wurden nach Newey und West (1987) korrigiert.

stets negativ und weist hohe Signifikanzen auf. Interessant ist die Tatsache, dass die Rendite am Staatsanleihenmarkt (MRKT) und die Aktienmarktrendite (EQM) für die Renditen der 5-jährigen Laufzeit einen signifikanten Einfluss haben, jeweils bei einem p-Wert von kleiner als 0,001 und 0,01. Die Aktienmarktrendite ist zu dem signifikant für die Renditen der 2-jährigen Laufzeit bei einem p-Wert von kleiner als 0,001. Bei der Kozhan-Methode ist das Alpha wie zuvor über die Laufzeiten hinweg negativ, doch bei Weitem nicht so signifikant wie bei der GTVS. Zudem fällt auf, dass die Aktienmarktrendite für die 10-jährige Laufzeit signifikanter ist als das Alpha dessen, bei einem p-Wert kleiner als 0,001 (für EQM) und kleiner als 0,01 (für das Alpha). Auch für die 2-jährige Laufzeit weist EQM sowie MRKT eine gewisse Signifikanz auf, jeweils bei einem p-Wert von kleiner als 0,05.<sup>28</sup>

Abschließend kann man sagen, dass auf dem deutschen Staatsanleihenmarkt, in Analogie zu den Erkenntnissen auf dem U.S.-Markt von Choi et al. (2017), mit dem Handeln von Varianzswaps hohe durchschnittliche Renditen und attraktive Sharpe Ratios erzielt werden können (vor allem durch die GTVS-Methode). Das Alpha und dessen Signifikanz der betrachteten Strategie ist auf hohem Niveau und die Kontrolle durch bekannte Risikofaktoren zeigt, dass die generierte Überrendite keine Kompensation für diese ist.

## 5.2. Cross-Country-Vergleich auf europäischen Märkten

Im folgenden Abschnitt werden die Anleihenvarianzrisikoprämien auf den europäischen Märkten untersucht und verglichen. Hierfür werden insbesondere Varianzswaps auf französische und italienische 10-jährige Staatsanleihen betrachtet. Als Erstes werden die Ergebnisse jeweils einzeln betrachtet, danach werden diese in Relation zueinander und zu den 10-jährigen deutschen Staatsanleihen gesetzt. Alle Berechnungen geschehen dabei in Analogie zu Abschnitt 5.1.1.

### 5.2.1. Individuelle Ergebnisse

In der Tabelle 3 sind die Ergebnisse für einmonatige Varianzswaps auf 10-jährige französische und italienische Staatsanleihen angegeben. Auffällig sind hierbei zwei Aspekte: Zum einen, dass keine Werte für die 10-jährigen italienischen Staatsanleihen nach der Kozhan-Methode ausgewiesen werden. Dies liegt daran, dass hierbei keine einmonatigen Varianzswaps berechnet werden konnten. Dieses Problem wird in Kapitel 6 zu der Robustheit näher betrachtet. Zum anderen, dass bei der Kozhan-Methode die Varianzrisikoprämie für beide Länder komplett verschwindet.<sup>29</sup> Die durchschnittliche Rendite einer Short GTVS-Strategie ist höchst signifikant bei den französischen Staatsanleihen mit einem Wert von 0,436 monatlich und einer t-Statistik von 6,084, während dies für die italienischen nicht der Fall ist. Zudem ist die hohe Volatilität der Renditen für die italienischen Staatsanleihen zu bemerken, welche mit 1,073 die bisher höchste

für die GTVS darstellt. Die Sharpe Ratio leidet dementsprechend bei den italienischen Werten und liegt bei 0,232, welche sich bei den französischen Werten mit 0,818 als deutlich attraktiver erweist. Anhand der Kozhan-Methode lohnt sich eine Short Strategie bei den französischen Staatsanleihen offensichtlich nicht, denn mit einem Wert von 0,772 wäre eine Long-Position rationaler. Dessen Signifikanz ist zwar auf hohem Niveau mit einer t-Statistik von 5,248, doch die Strategie kommt mit einem hohen Risiko bei einer Volatilität von 1,156.

In den Abbildungen 7 bis 9 sind die jeweiligen Renditen auf der linken Seite mit den dazugehörigen Volatilitäten dargestellt, welche jeweils auf der rechten Seite zu finden sind. Zumindest kann man anhand der Datenmenge der französischen Staatsanleihen die Aussage treffen, dass, anhand der GTVS, in diesem Markt die Varianzrisikoprämie existiert. Die realisierte Volatilität ist über den Zeitraum hinweg für die meiste Zeit unter der implizierten Volatilität, während dies bei den italienischen Staatsanleihen nicht gesagt werden kann. Die realisierte Volatilität liegt zwar in 8 von 11 Monaten unter dem Wert der implizierten Volatilität, doch der hohe Ausschlag jener im 5. Monat der Zeitreihe scheint jegliche Varianzrisikoprämie in dem Zeitraum zu kompensieren. Für die Kozhan-Methode ergibt sich für die französischen Staatsanleihen ein anderes Bild: Hier ist die realisierte Volatilität fast durchgängig, über den kompletten Zeitraum hinweg, höher als die implizierte Volatilität.

Abschließend lässt sich feststellen, dass, anhand der verfügbaren Daten, die VRP auf dem französischen Staatsanleihenmarkt existent ist und man mittels einer Short GTVS Strategie attraktive Renditen erzielen kann. In dem betrachteten Zeitraum der italienischen Staatsanleihen kann keine VRP aufgefunden gemacht werden. Dies könnte ökonomisch damit begründet werden, dass der Markt für den hier vorliegenden Zeitraum die erwartete Volatilität und damit das Risiko in einer Anlage in italienische Staatsanleihen unterschätzt hat, was durch die geringe implizierte Volatilität, beziehungsweise durch den niedrigen Strike-Preis, angegeben wird. Die hohe realisierte Volatilität könnte darauf hinweisen, dass der Markt und dessen Teilnehmer überrascht wurden und dadurch das Risiko unterschätzt wurde, weshalb das Kaufen der Volatilität, oder die Absicherung gegen eine hohe realisierte Volatilität, auf italienische Staatsanleihen profitabel war. Hier wird die Versicherungsfunktion von Varianzswaps, welches in Abschnitt 3.4 diskutiert wird, erkenntlich. Anleger hätten sich durch den Erwerb von Varianzswaps auf 10-jährige italienische Staatsanleihen gegen die hohe Nervosität an den Märkten profitabel absichern können.

### 5.2.2. Cross-Country-Vergleich

Nun ist von Interesse, wie und ob die jeweiligen Ergebnisse der 10-jährigen deutschen, französischen und italienischen Staatsanleihen und deren Varianzswaps miteinander verglichen werden können. Hierfür wurden die Zeiträume jeweils so angepasst, dass die Ergebnisse der Relationen aussagekräftig sind. Dabei wurden die Zeiträume der deutschen

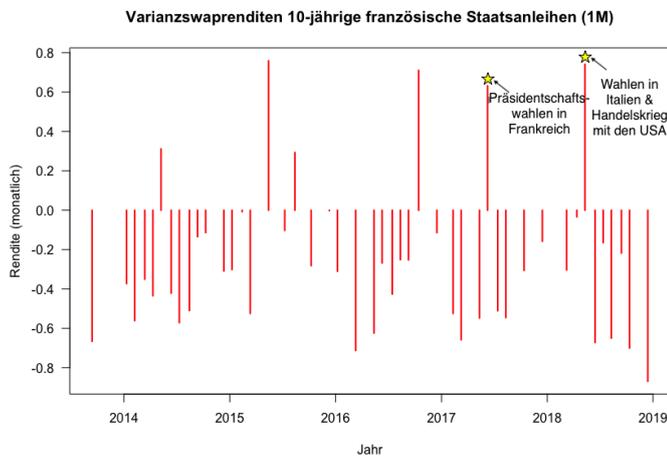
<sup>28</sup>Das adjustierte  $R^2$  ist stets sehr gering und beläuft sich um null.

<sup>29</sup>Die prozentualen Renditen sind bei den italienischen Staatsanleihen, unabhängig von der Methode, positiv, während diese bei den französischen nach der GTVS-Methode negativ sind.

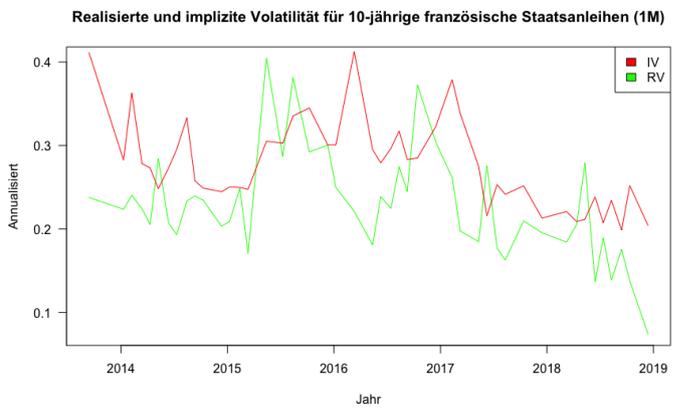
**Tabelle 3:** Varianzswaprenditen für französische und italienische Staatsanleihen

GTVS								
LZ	Mean	t-stat	Median	STD	Max	Skew	Kurt	SR
fr. 10-j.	-0,436	-6,084	-0,367	0,531	0,565	-0,279	0,546	-0,821
it. 10-j.	-0,253	-1,954	-0,533	1,073	2,321	1,219	1,051	-0,236
Kozhan-Methode								
LZ	Mean	t-stat	Median	STD	Max	Skew	Kurt	SR
fr. 10-j.	0,772	5,248	0,213	1,156	3,114	0,997	-0,439	0,668
it. 10-j.	-	-	-	-	-	-	-	-

Diese Tabelle berichtet die Ergebnisse der Log-Renditen für einmonatige Varianzswaps auf französische und italienische Staatsanleihen mit der Laufzeit (LZ) 10 Jahren. Die angegebenen Statistiken sind der Reihe nach der Mittelwert, der Median, die Standardabweichung, das Maximum, die Schiefe, die Kurtosis und die Sharpe Ratio. Die Daten wurden monatlich erhoben und die t-Statistiken wurden nach *Newey und West (1987)* korrigiert.

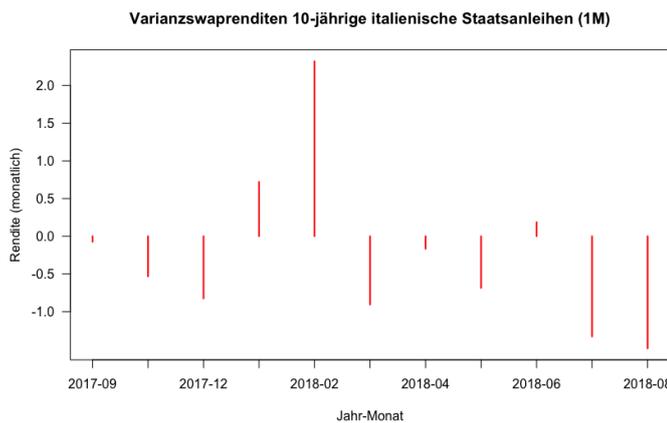


(a) Renditen

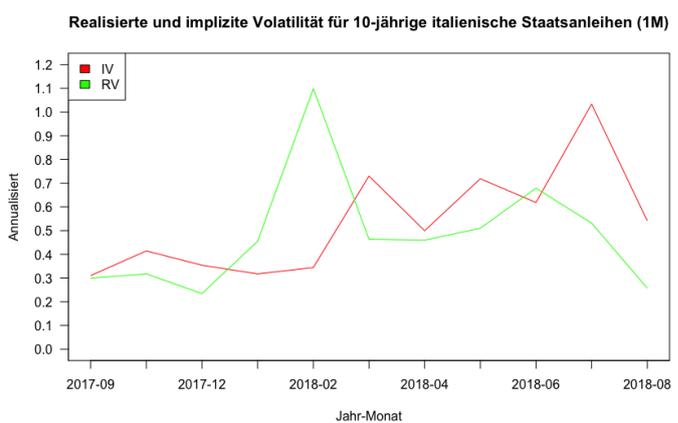


(b) Volatilitäten

**Abbildung 7:** GTVS auf 10-jährige französische Staatsanleihen

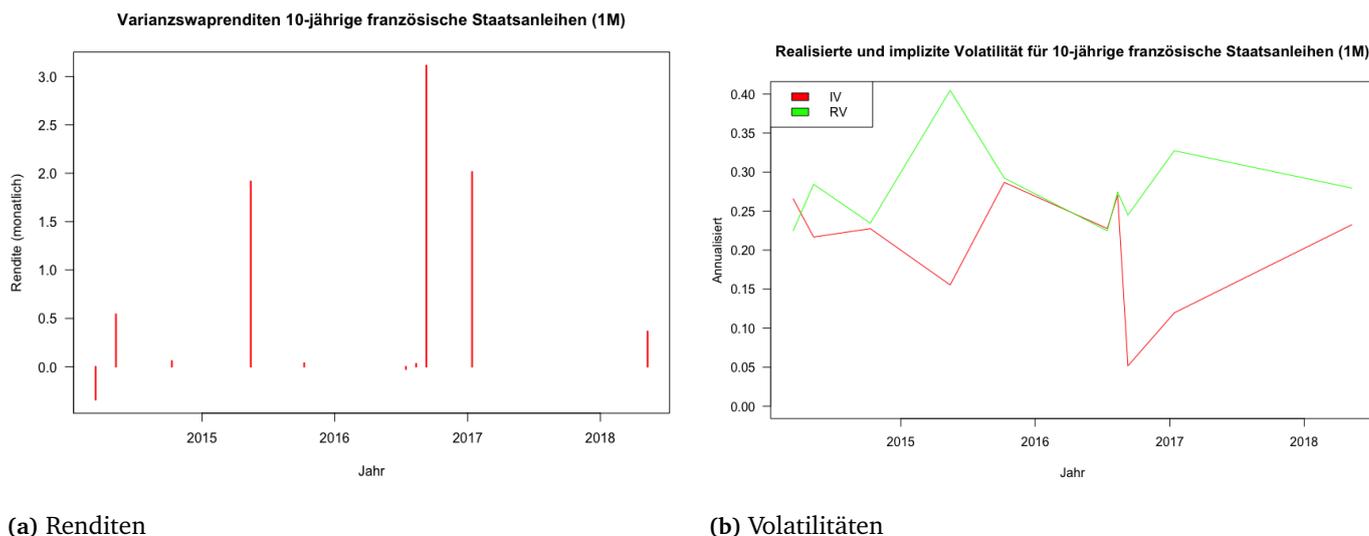


(a) Renditen



(b) Volatilitäten

**Abbildung 8:** GTVS auf 10-jährige italienische Staatsanleihen



**Abbildung 9:** Kozhan-Methode auf 10-jährige französische Staatsanleihen

Daten mit den französischen und italienischen abgeglichen und die Zeiträume der französischen mit den italienischen.<sup>30</sup>

In Tabelle 4 sind die Ergebnisse des Cross-Country-Vergleiches zu sehen. Hierdurch wird deutlich, dass die Varianzrisikoprämie für die deutschen Staatsanleihen erhalten bleiben, auch wenn diese mit den französischen und italienischen Zeiträumen angepasst werden. Die monatlich durchschnittliche (Log-) Rendite einer Short-Position in den GTVS beträgt in dem angepassten Zeitraum DE-FRA für die deutschen Staatsanleihen 0,498 und ist damit im Vergleich zu der Rendite der französischen Staatsanleihen mit 0,436 etwas höher als diese. Die hohe Signifikanz mit einer t-Statistik von 10,559 ist anzumerken, welche für die französischen Renditen 6,084 beträgt. Die Strategie zieht allerdings ein höheres Risiko gegenüber den französischen Staatsanleihen mit sich, denn in diesem Zeitraum ist die Volatilität der deutschen Renditen bei 0,561 und die Kurtosis bei 5,824, welche bei den französischen jeweils 0,531 und 0,546 betragen. Die Sharpe Ratio beträgt bei den deutschen Werten in diesem Zeitraum 0,886, was etwas höher ist als für die französischen Renditen, welche 0,821 betragen. Das Alpha für die deutschen Renditen, analog berechnet zu den Ergebnissen in Abschnitt 5.1.1, ist auch hier ziemlich hoch mit einem Wert von 0,522 und mit einer t-Statistik von 11,130 signifikant.

Der Vergleich der deutschen Renditen mit den italienischen liefert qualitativ vergleichbare Werte. Die durchschnittliche (Log-) Rendite der deutschen GTVS Short-Position ist in diesem Zeitraum ziemlich hoch mit einem Wert von 0,527, während bei der italienischen eine durchschnittliche Rendite von 0,253 erreicht werden kann. Die Strategie ist hier allerdings sogar riskanter als mit dem DE-FRA-Match, denn die Volatilität der Rendite beträgt 0,973, welche zwar immerhin kleiner ist als die Volatilität der italienischen Renditen

(1,073), doch in einer geringeren Sharpe Ratio für die deutschen Renditen resultiert (0,538), die aber deutlich höher als die Sharpe Ratio der italienischen Renditen ist (0,236). Auch in diesem Zeitraum ist das Alpha der deutschen Rendite (0,549) hoch und etwa auf dem Niveau der durchschnittlichen Rendite.

Das Vergleichen der französischen mit den italienischen Renditen der Short GTVS zeigt, dass die französischen Staatsanleihen ihre VRP beibehalten und sich die durchschnittliche Rendite auf 0,564 beläuft. Die Volatilität ist auch hier für die französische Strategie ziemlich hoch bei 0,716, doch immer noch geringer als die der italienischen. Die Sharpe Ratio für die französischen Renditen ist hier ebenfalls, wie das Match zwischen Deutschland und Italien, höher als die Sharpe Ratio der italienischen Renditen. In Abbildung 10 werden die Zeitreihen der Volatilitäten für die Matches von den deutschen mit den französischen und von diesen mit den italienischen Werten gezeigt.

Rein qualitativ lässt sich feststellen, dass sich die Anleihenvarianzwaprenditen für die deutschen und französischen Staatsanleihen in dem identischen Zeitraum auf ungefähr gleichem Niveau bewegen. Dies ist nicht ganz verwunderlich, da, nach Ejsing und Sihvonen (2009), die Staatsanleihenmärkte beider Länder vergleichbar sind in Hinsicht auf die Kreditwürdigkeit, der Währung und der Anzahl an verfügbaren Staatsanleihen auf den Märkten.

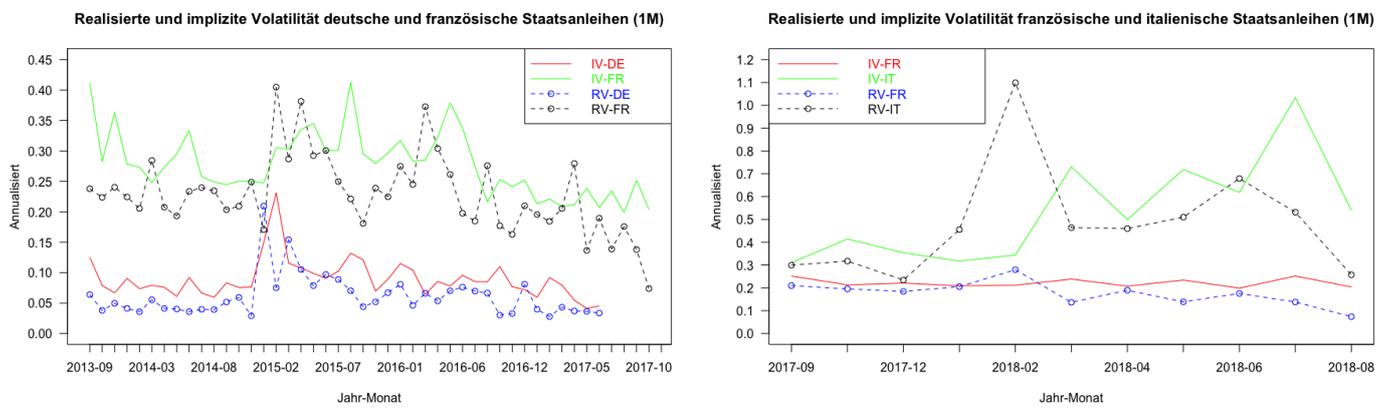
Um die ökonomischen Gründe der Unterschiedlichkeiten in den Renditen und damit zusammenhängend der von den Marktteilnehmern wahrgenommenen Risiken weiter zu untersuchen, ist es in diesem Fall sinnvoll, die Spreads zwischen den Staatsanleihen der betrachteten Länder zu vergleichen. Der Spread zwischen den deutschen und französischen Staatsanleihen rangierte in dem abgeglichenen Zeitraum zwischen 17,7 und 75,8 Basispunkten, während sich der Spread zwischen den italienischen und deutschen (fran-

<sup>30</sup>Anhand der höheren Datenmenge der GTVS-Methode wurden stets die Werte anhand dieser Vorgehensweise angepasst.

**Tabelle 4:** Varianzswaprenditen für die angepassten Zeiträume der Staatsanleihen

Match	Mean	t-stat	Median	STD	Max	Skew	Kurt	SR	Alpha	t-stat
DE-FRA	-0,498	-10,559	-0,419	0,561	0,828	-1,454	5,824	-0,886	-0,522	-11,130
DE-ITA	-0,527	-3,251	-0,395	0,973	0,828	-1,276	1,660	-0,538	-0,549	-3,384
FRA-ITA	-0,564	-4,361	-0,362	0,716	0,555	-0,570	-0,203	-0,784	-	-
FRA	-0,436	-6,084	-0,367	0,531	0,565	-0,279	0,546	-0,821	-	-
ITA	-0,253	-1,954	-0,533	1,073	2,321	1,219	1,051	-0,236	-	-

Diese Tabelle berichtet die Ergebnisse der Log-Renditen für einmonatige Varianzswaps der verfügbaren Staatsanleihen mit einer Laufzeit von 10 Jahren. Die angegebenen Statistiken sind der Reihe nach der Mittelwert, der Median, die Standardabweichung, das Maximum, die Schiefe, die Kurtosis, das Alpha (für die deutschen Staatsanleihen) und die Sharpe Ratio. Hierbei sind die Werte jeweils so zu verstehen, dass z.B. „DE-FRA“ bedeutet, dass die Zeitreihe der deutschen Daten auf die französische angepasst wurde und die Statistiken sich auf diese beziehen. FRA und ITA sind die Werte für die individuellen Ergebnisse aus Tabelle 3, um die Vergleichbarkeit zu erleichtern. Die Daten wurden monatlich erhoben und die t-Statistiken wurden nach *Newey und West (1987)* korrigiert.



(a) RV & IV DE-FRA-Match

(b) RV & IV FRA-ITA-Match

**Abbildung 10:** Ausgewählte Zeitreihen der angepassten Volatilitäten

zösischen) Staatsanleihen in dem abgeglichenen Zeitraum zwischen 115,8 (92,5) und 314,3 (275,3) Basispunkten be-  
wegte.<sup>31</sup>

Es wird deutlich, dass die Ähnlichkeit der Anleihenvarianzswaprenditen der deutschen und französischen Staatsanleihen durch eine, mehr oder weniger, identische Betrachtungsweise bezüglich dieser durch die Marktteilnehmer begründet werden kann, welches durch den relativ niedrigen Spread zwischen diesen impliziert wird. Die großen Unterschiede der deutschen und französischen Anleihenvarianzswaprenditen zu den italienischen wird nach analogem Gedankengang durch die jeweils hohen Spreads ebenfalls ersichtlich.

Abschließend kann behauptet werden, dass die VRP auf den europäischen Anleihenmärkten besteht, man mit einer Short-Position in einmonatige Anleihenvarianzswaps hohe durchschnittliche Renditen erzielen kann und somit in Konsistenz zu der vorherrschenden Literatur ist. Diese Aussage

gilt vor allem auf den deutschen und französischen Staatsanleihenmärkten. Auf den italienischen Staatsanleihenmärkten lässt sich in dem betrachteten Zeitraum keine VRP feststellen, was zu der Annahme führt, dass der Erwerb von Varianzswaps auf diesem Markt eine profitable Absicherung darstellte. In dem Jahr 2018 war Italien mit hoher Unsicherheit auf den Märkten konfrontiert, sei es durch die politischen Rahmenbedingungen, die Steigerung des Spreads italienischer Staatsanleihen zu den deutschen Staatsanleihen oder der Budget-Konflikt mit der Europäischen Kommission.<sup>32</sup> Dementsprechend ist die Nichtexistenz der VRP auf dem italienischen Staatsanleihenmarkt nicht verwunderlich, denn das Absichern gegen die Volatilität war in dem Zeitraum nicht nur sinnvoll, sondern höchst profitabel.

**6. Robustheit**

In diesem Abschnitt sind zwei Aspekte im Vordergrund: Zum einen werden die Renditen der bisher berechneten und

<sup>31</sup>Vgl. <http://www.worldgovernmentbonds.com/spread/france-10-years-vs-germany-10-years/>, <http://www.worldgovernmentbonds.com/spread/italy-10-years-vs-germany-10-years/> und <http://www.worldgovernmentbonds.com/spread/italy-10-years-vs-france-10-years/>, 21.02.2020.

<sup>32</sup>Vgl. <https://www.eurexchange.com/exchange-en/about-us/news/Interview-with-market-participants-BTP-yields-continue-to-drive-Euro-BTP-volume-1397134>, 21.02.2020.

berichteten Ergebnisse als prozentuale Renditen angegeben, um einen direkten Vergleich mit den Ergebnissen von Choi et al. (2017) zu ermöglichen. Zum anderen wird das Problem der zu wenig vorhandenen Daten bezüglich der einmonatigen Anleihenvarianzswaps behoben, indem stattdessen Anleihenvarianzswaps mit einer Laufzeit von nahe einem Monat gebildet werden. Diese werden „near one month“ oder n1M genannt und sind die Durchschnittswerte von Anleihenvarianzswaps, welche eine Laufzeit zwischen 21 und 30 Tagen aufweisen. Es könnten noch verschiedene Ausprägungsformen betrachtet werden, doch in dieser Abschlussarbeit wird diese Definition verwendet, um so viele Daten wie möglich für die Berechnungen beibehalten zu können. Zudem wird als Performance-Maß neben dem Bloomberg Barclays Germany Treasury Bond Index der REXP verwendet, um die Analysen der deutschen Staatsanleihen zu vollenden. Der REXP wird als Benchmark für deutsche Staatsanleihen ebenfalls von Korn und Koziol (2006) sowie von Detering, Zhou und Wystup (2012) benutzt. Die Daten dazu wurden aus Bloomberg entnommen.

Durch die n1M-Kalibration steigt in der GTVS-Methode die monatliche Anzahl an Daten für die 10-jährigen deutschen Staatsanleihenvarianzswaps von 146 auf 187, für die 5-jährigen von 138 auf 187 und für die 2-jährigen von 145 auf ebenfalls 187. Die monatlichen Daten steigen bei den französischen Staatsanleihenvarianzswaps von 46 auf 58 und bei den italienischen von 11 auf 14.

In der Kozhan-Methode ist ein ähnliches Bild zu sehen: Die Daten für die 10-jährigen deutschen Staatsanleihenvarianzswaps steigen von 116 monatlichen Daten auf 151, bei den 5-jährigen von 122 auf 141 und bei den 2-jährigen von 114 auf 161. Bei den französischen steigt die Anzahl an monatlichen Daten von 10 auf 19 und bei den italienischen von 0 auf 3.

#### Renditen der Varianzswaps

Tabelle 5 gibt die berechneten Ergebnisse für die deutschen, französischen sowie italienischen Staatsanleihen und deren Anleihenvarianzswaprenditen wieder. Hierdurch wird die hohe monatliche durchschnittliche Rendite der Short GTVS Strategie ersichtlich und es ergibt sich für die 10-jährigen deutschen Staatsanleihen nach der prozentualen Renditen ein sehr ähnliches Bild zu den 10-jährigen U.S.-Staatsanleihenvarianzswaprenditen nach Choi et al. (2017). In diesem Fall beträgt die deutsche Rendite 0,265 (1M) und die U.S. Rendite 0,276. Beide Werte sind höchst signifikant, mit einer t-Statistik für die deutsche Rendite von 10,284 und für die U.S. Rendite von 12,71. Die Volatilität der Renditen beider Länder ist auf gleichem Niveau, dabei beträgt die Standardabweichung der 10-jährigen deutschen Staatsanleihenvarianzswaps 0,327 und die der U.S. Renditen 0,353. Die Sharpe Ratio ist für diesen Fall allerdings attraktiver bei den deutschen Staatsanleihen, welches mit einer ungefähr gleichen Rendite aber einem geringeren Risiko kommt. Diese beträgt für die deutschen Renditen 0,853 und für die U.S. Renditen 0,784. Allgemein ist die hohe durchschnittliche Rendite und die hohen sowie signifikanten Alpha-Werte für

die deutschen Staatsanleihen, unabhängig der Laufzeit, log-beziehungsweise prozentualen-Renditen und 1M oder n1M, anzumerken.

Die hohe Rendite einer Long-Position in einmonatige Varianzswaps auf italienische Staatsanleihen wird durch die prozentuale Betrachtungsweise nochmal ersichtlicher. In dem betrachteten Zeitraum ergab sich eine monatliche durchschnittliche Rendite von 60,4%, welches allerdings durch eine sehr hohe Volatilität bei einer Standardabweichung von 2,895 zu einer geringen Sharpe Ratio von 0,210 führte. Durch die n1M-Kalibration sinkt die durchschnittliche Rendite dabei auf 30,6% und verliert deutlich an Signifikanz, welches von 2,266 (1M-Laufzeit) auf 0,410 mittels der n1M-Laufzeit fällt.

Die Ähnlichkeit der Renditen für Anleihenvarianzswaps (anhand der GTVS-Methode) auf 10-jährige deutsche sowie französische Staatsanleihen lässt sich hier wieder bestätigen. Die durchschnittliche, monatliche prozentuale Rendite einer Short-Position in französische Staatsanleihenvarianzswaps ist mit 0,261 anhand der 1M-Laufzeit nahezu identisch zu den deutschen Renditen (0,265) und ist ebenfalls höchst signifikant mit einer t-Statistik von 7,499. Die höhere Volatilität bei einer Standardabweichung von 0,394 (im Gegensatz zu der Volatilität der deutschen Renditen von 0,327) führt allerdings zu einer geringeren Sharpe Ratio, welches bei den französischen Renditen 0,661 und bei den deutschen 0,853 beträgt.

Abbildungen 11 bis 13 geben die Plots für ausgewählte Renditen sowie deren (annualisierten) realisierten und implizierten Volatilitäten aus der Tabelle 5 wieder.

#### Analyse der Renditen

Des Weiteren werden die Risikoadjustierten Renditen mittels der Robustheitsanalyse dargestellt. Hierbei werden nur die prozentualen beziehungsweise die logarithmierten Anleihenvarianzswaprenditen auf 10-jährige deutsche Staatsanleihen betrachtet. Die Ergebnisse dafür befinden sich in Tabelle 6. Auffällig ist dabei die Tatsache, dass das Alpha, unabhängig von dem Performance-Index des deutschen Staatsanleihenmarktes und der 1M- oder n1M-Betrachtung, hoch und signifikant bleibt. Die Rendite des Aktienmarktes EQM ist dabei bei jeder n1M-Kalibration signifikant bei einem p-Wert von jeweils kleiner als 0,001. Die Rendite des Staatsanleihenmarktes hat zwar eine hohe ökonomische Signifikanz mit Werten von -1,127 bis -3,609, doch die niedrige Signifikanz anhand der t-Statistik steht dazu in Widerspruch.<sup>33</sup>

#### Cross-Country-Vergleich

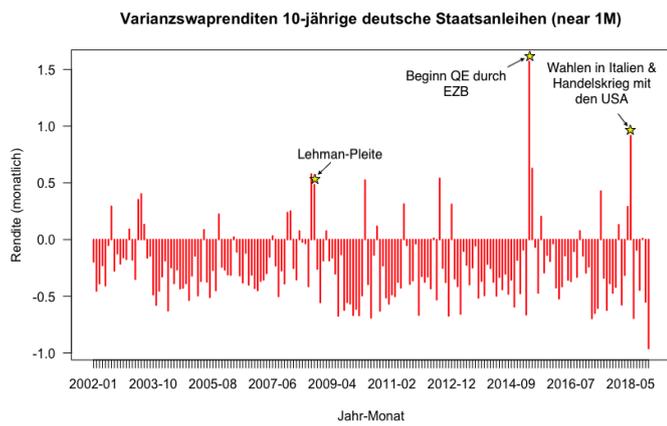
Die Robustheitsanalyse wird auf den Cross-Country-Vergleich ebenfalls angewendet, die Ergebnisse dafür sind in der Tabelle 7 zu finden. Die Abbildungen 14 und 15 geben

<sup>33</sup>Das adjustierte  $R^2$  ist auch hier stets sehr niedrig und beläuft sich um null.

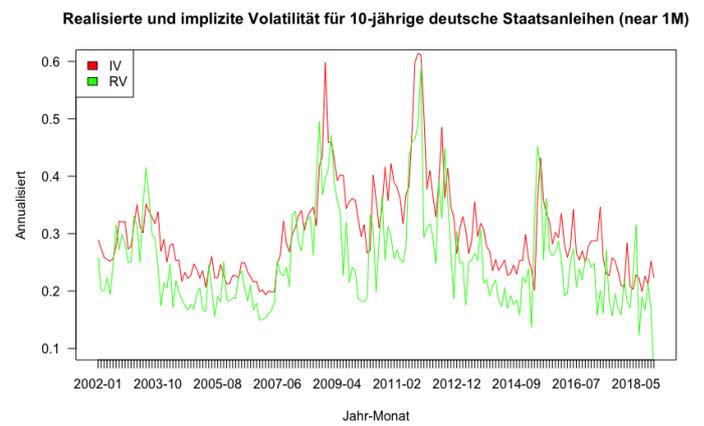
Tabelle 5: Varianzswaprenditen nach der Robustheitsanalyse

<b>GTVS</b>														
UN	LZ	Log(1/0)	1M/n1M	Mean	t-stat	STD	Max	Skew	Kurt	SR	Alpha 1	t-stat	Alpha 2	t-stat
	10	1	n1M	-0,387	-7,890	0,462	1,058	-1,313	10,159	-0,869	-0,418	-8,678	-0,361	-7,567
	10	0	1M	-0,265	-10,284	0,327	1,288	1,624	4,403	-0,853	-0,291	-13,295	-0,265	-12,091
	10	0	n1M	-0,252	-8,884	0,338	1,881	1,634	4,869	-0,789	-0,281	-10,050	-0,231	-8,276
	5	1	n1M	-0,414	-7,120	0,510	1,120	-1,690	17,101	-0,840	-0,481	-8,372	-0,458	-7,986
DE	5	0	1M	-0,249	-9,918	0,382	2,065	2,256	9,436	-0,693	-0,286	-11,407	-0,262	-10,442
	5	0	n1M	-0,259	-8,976	0,365	2,065	1,576	4,358	-0,749	-0,293	-10,301	-0,265	-9,303
	2	1	n1M	-0,862	-10,737	0,690	1,039	-0,573	2,815	-1,270	-0,811	-10,340	-0,745	-9,492
	2	0	1M	-0,448	-6,723	0,401	1,826	2,040	6,918	-1,151	-0,425	-6,992	-0,416	-6,850
	2	0	n1M	-0,474	-13,374	0,369	1,826	2,027	6,337	-1,325	-0,408	-12,046	-0,362	-10,698
	10	1	n1M	-0,416	-2,564	0,599	0,979	-1,032	5,440	-0,692	-	-	-	-
FR	10	0	1M	-0,261	-7,499	0,394	0,759	1,191	0,996	-0,661	-	-	-	-
	10	0	n1M	-0,226	-2,792	0,454	1,663	1,531	2,409	-0,495	-	-	-	-
	10	1	n1M	-0,413	-0,435	1,250	2,335	-1,701	12,292	-0,328	-	-	-	-
IT	10	0	1M	0,604	2,266	2,895	9,187	2,684	5,521	0,210	-	-	-	-
	10	0	n1M	0,306	0,410	2,020	9,329	3,024	9,072	0,153	-	-	-	-
<b>Kozhan-Methode</b>														
UN	LZ	Log(1/0)	1M/n1M	Mean	t-stat	STD	Max	Skew	Kurt	SR	Alpha 1	t-stat	Alpha 2	t-stat
	10	1	n1M	-0,198	-4,516	0,599	5,197	1,861	11,972	-0,366	-0,220	-5,039	-0,218	-4,995
DE	5	1	n1M	-0,170	-3,352	0,624	5,617	2,847	19,213	-0,307	-0,225	-4,452	-0,206	-4,071
	2	1	n1M	-0,187	-2,932	0,765	7,349	1,361	9,197	-0,270	-0,155	-2,439	-0,209	-3,288
FR	10	1	n1M	0,655	4,494	1,569	7,641	1,838	4,932	0,418	-	-	-	-
IT	10	1	n1M	1,282	15,191	0,826	2,630	0,333	-1,132	1,557	-	-	-	-

Diese Tabelle berichtet die Ergebnisse für einmonatige (1M) sowie nahe einmonatige (n1M) Varianzswaps der verfügbaren Staatsanleihen (UN) mit den jeweiligen Laufzeiten (LZ). Die angegebenen Statistiken sind der Reihe nach der Mittelwert, die Standardabweichung, das Maximum, die Kurtosis, das Alpha (für die deutschen Staatsanleihen) und die Sharpe Ratio. Alpha 1 wurde berechnet mittels dem Bloomberg Barclays Germany Treasury Bond Index und Alpha 2 mittels dem REXP Log(1/0) gibt an, ob die berechneten Werte die logarithmierten (1) oder die prozentualen (0) Renditen darstellen. Die Daten wurden monatlich erhoben und die t-Statistiken wurden nach Newey und West (1987) korrigiert.

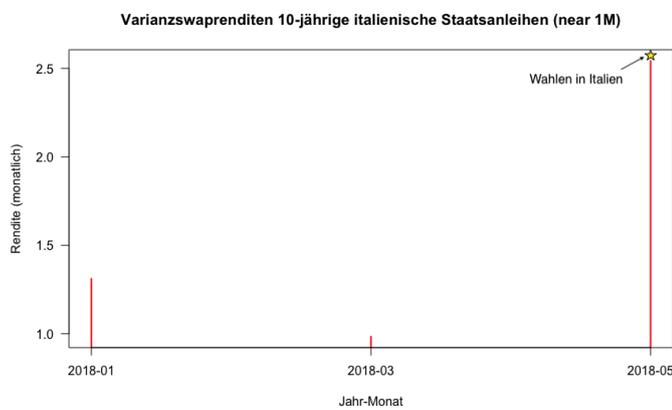


(a) Renditen

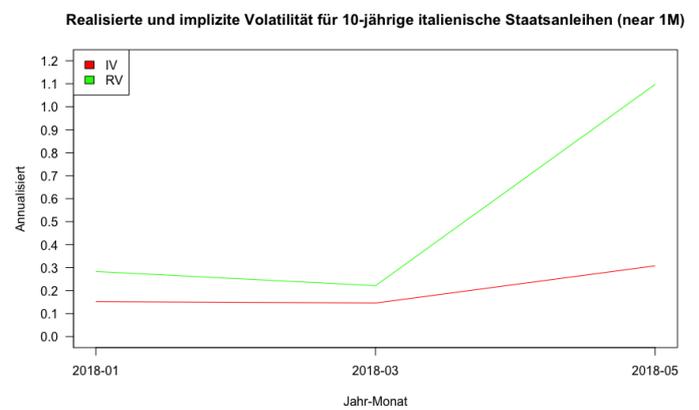


(b) Volatilitäten

Abbildung 11: GTVS auf 10-jährige deutsche Staatsanleihen (n1M)

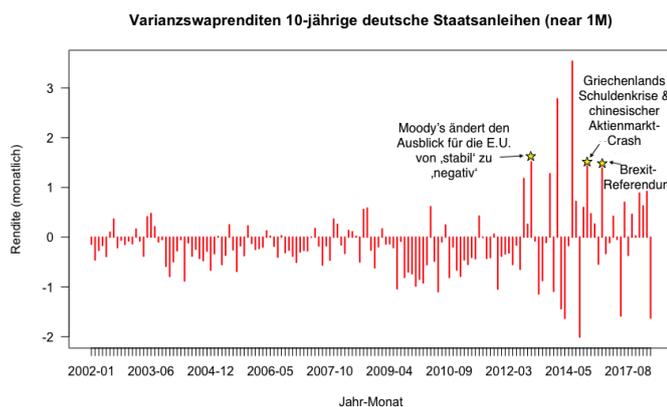


(a) Renditen

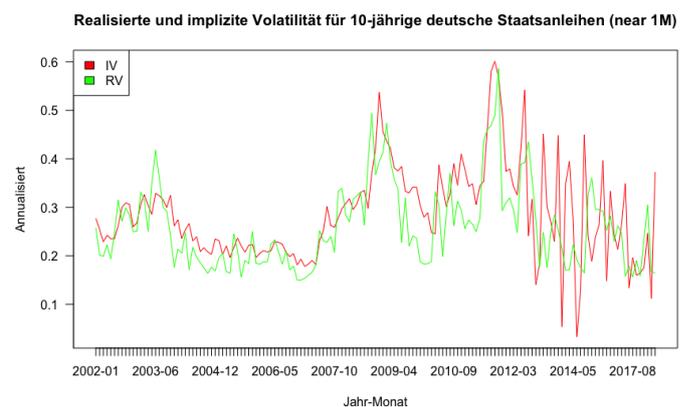


(b) Volatilitäten

Abbildung 12: Kozhan-Methode auf 10-jährige italienische Staatsanleihen (n1M)



(a) Renditen



(b) Volatilitäten

Abbildung 13: Kozhan-Methode auf 10-jährige deutsche Staatsanleihen (n1M)

**Tabelle 6:** Risikoadjustierte Varianzswaprenditen für 10-jährige deutsche Staatsanleihen

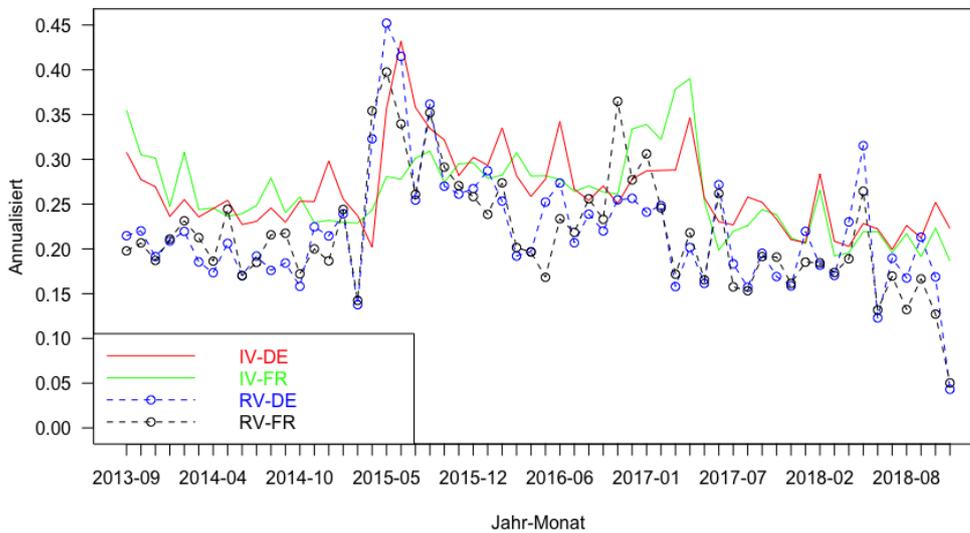
		Alpha	MRKT 1	SMB	HML	MOM	EQM
1M	10-j.	-0,226	-2,970	-0,002	-0,014	-0,002	-0,010
	t-stat	-5,600	-1,026	-0,198	-1,138	-0,523	-1,445
n1M	10-j.	-0,225	-2,211	-0,001	-0,001	-0,006	-0,015
	t-stat	-5,870	-0,532	-0,064	-0,137	-1,952	-2,879
n1M (Log)	10-j.	-0,342	-2,100	-0,003	-0,003	-0,006	-0,018
	t-stat	-6,919	-0,478	-0,165	-0,252	-1,769	-2,884

		Alpha	MRKT 2	SMB	HML	MOM	EQM
1M	10-j.	-0,233	-2,213	-0,002	-0,012	-0,002	-0,009
	t-stat	-5,826	-0,873	-0,185	-1,006	-0,501	-1,315
1M (Log)	10-j.	-0,339	-3,609	-0,000	-0,023	0,001	-0,009
	t-stat	-6,211	-1,147	-0,002	-1,301	0,239	-1,133
n1M	10-j.	-0,231	-1,127	-0,001	-0,001	-0,006	-0,014
	t-stat	-6,665	-0,318	-0,074	-0,056	-1,918	-2,656
n1M (Log)	10-j.	-0,347	-1,298	-0,003	-0,002	-0,006	-0,017
	t-stat	-7,405	-0,329	-0,173	-0,203	-1,748	-2,656

Diese Tabelle berichtet die Ergebnisse des Regressionsmodells aus Gleichung (23) für einmonatige (1M) und nahe einmonatige (n1M) Varianzswaps auf 10-jährige deutsche Staatsanleihen. Für MRKT 1 wurde der Bloomberg Barclays Germany Treasury Bond Index und für MRKT 2 der REXP verwendet. Die Daten wurden monatlich erhoben und die t-Statistiken wurden nach Newey und West (1987) korrigiert.

**Realisierte und implizite Volatilität deutsche und französische Staatsanleihen (near 1M)**

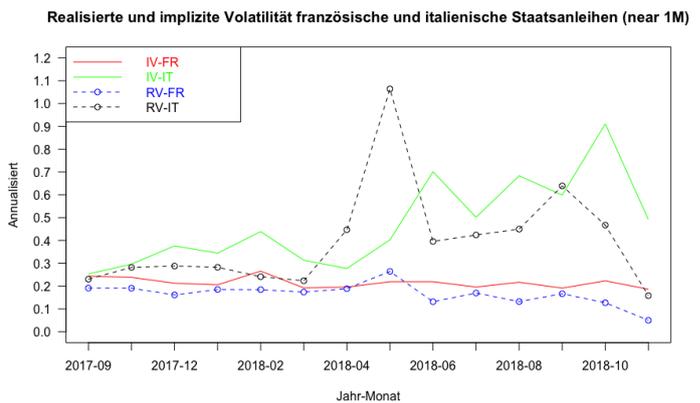
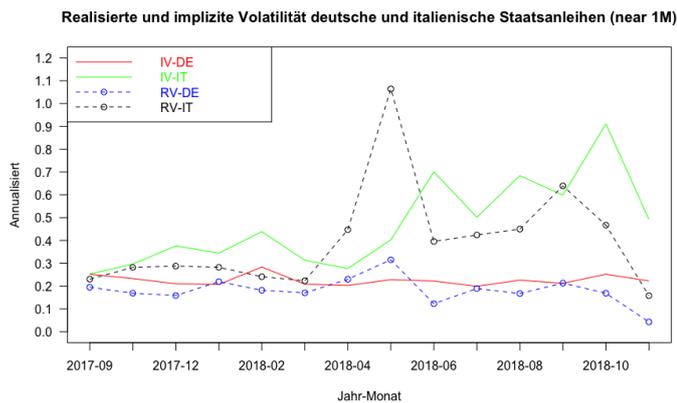


**Abbildung 14:** RV & IV DE-FRA-Match (n1M)

die Zeitreihen für die realisierten und implizierten Volatilitäten anhand der n1M-Kalibration wieder. Hier ist vor allem die hohe Ähnlichkeit der Entwicklung der deutschen und französischen realisierten sowie implizierten Volatilitäten anzumerken. Die negative durchschnittliche Anleihenvarianzswaprendite bei den französischen und deutschen Staatsanleihen werden beibehalten, auch nach einer Anpassung an den Zeitraum der italienischen Daten. In dem Fall einer Short-Position ist die deutsche Rendite (0,194) allerdings

geringer als die französische (0,303), was auf eine geringere Nervosität auf dem deutschen Staatsanleihenmarkt hindeutet.

Abschließend kann gesagt werden, dass die Anleihenvarianzrisikoprämie sowie die hohen durchschnittlichen monatlichen Renditen einer Short Anleihenvarianzswap Strategie vor allem auf deutsche und französische Staatsanleihen auch nach einigen Robustheitsanalysen bestehen bleiben. Die hohen Renditen können weiterhin, im Falle des deutschen



(a) RV & IV DE-ITA-Match (n1M)

(b) RV & IV FRA-ITA-Match (n1M)

Abbildung 15: RV & IV der abgestimmten Zeitreihen (n1M)

Staatsanleihenmarktes, nicht durch gängige Risikofaktoren begründet werden.

7. Zusammenfassung

In dieser Abschlussarbeit wird die Anleihenvarianzrisikoprämie auf den europäischen Staatsanleihenmärkten untersucht. Hierbei liegt der Fokus auf den deutschen Staatsanleihenmärkten und es wird für die 10-, 5- und 2-jährigen Staatsanleihen eine Varianzrisikoprämie nachgewiesen. Die Varianzswaps werden mittels dem Choi et al. (2017) GTVS-Verfahren und nach der Methode von Kozhan et al. (2013) gebildet. Mittels einer Short-Position in einmonatigen Anleihenvarianzswaps können für die 10-jährigen deutschen Staatsanleihen nach der GTVS-Methode (Kozhan-Methode) eine monatliche durchschnittliche logarithmierte Rendite von 0,400 (0,149) bei einer Sharpe Ratio von 0,885 (0,218) erzielt werden, für die 5-jährigen Staatsanleihen beträgt die durchschnittliche Rendite 0,399 (0,076) bei einer Sharpe Ratio von 0,809 (0,112) und für die 2-jährigen Staatsanleihen beträgt die durchschnittliche Rendite 0,826 (0,178) bei einer Sharpe Ratio von 1,177 (0,228). Der Vergleich auf europäischer Ebene liefert dabei für die gleiche Strategie bei den 10-jährigen französischen Staatsanleihen eine durchschnittliche Rendite von 0,436 (-0,772) bei einer Sharpe Ratio von 0,821 (-0,668) und bei den 10-jährigen italienischen Staatsanleihen eine Rendite von 0,253 bei einer Sharpe Ratio von 0,236. Das Kontrollieren der Renditen auf dem deutschen Staatsanleihenmarkt liefert das Ergebnis, dass diese keine Kompensation für gängige Risikofaktoren darstellen. Die Ergebnisse bleiben auch nach Robustheitsanalysen aussagekräftig und in Konsistenz mit der vorherrschenden Literatur.

Ein wichtiger Aspekt ist jedoch, dass die verfügbare Datenmenge der französischen, aber vor allem der italienischen Staatsanleihen, im Gegensatz zu den deutschen Staatsanleihen nicht ausreicht. Weitere Forschungen auf europäischer Ebene sollten deshalb auf diesen Punkt aufbauen, um einen

adäquaten Vergleich durchführen zu können. Die Betrachtung von Anleihenvarianzrisikoprämien auf anderen europäischen Ländern wie zum Beispiel in Griechenland oder in Großbritannien wäre ebenfalls wissenswert, denn diese Länder haben in den letzten zehn Jahren sehr volatile Phasen durchlaufen. Das Ausmaß etwaiger Varianzrisikoprämien sowie der Vergleich zu den in dieser Abschlussarbeit vorgestellten Ergebnissen wäre für das Verständnis dieser Thematik in Europa von Vorteil. Zum anderen stellen Varianzswaps nur einen der sogenannten Moment Swaps dar. Wie Kozhan et al. (2013) auf den U.S. Aktienmärkten zeigen, kompensieren Schiefeswaps (Skew Swaps) und Varianzswaps für die identischen Risiken. Interessant wären dementsprechend Untersuchungen von Schiefe- beziehungsweise Kurtosiswaps auf den europäischen Staatsanleihenmärkten.

**Tabelle 7:** Varianzswaptrenditen für den Cross-Country-Vergleich nach der Robustheitsanalyse

Match	Log(1/0)	1M/n1M	Mean	t-stat	STD	Max	Skew	Kurt	SR	Alpha 1	t-stat	Alpha 2	t-stat
DE-FRA	1	n1M	-0,442	-6,587	0,583	0,941	-1,845	9,561	-0,755	-0,446	-2,634	-0,390	-2,301
DE-FRA	0	1M	-0,308	-13,591	0,358	1,288	1,921	6,402	-0,858	-0,319	-13,773	-0,293	-12,634
DE-FRA	0	n1M	-0,254	-8,208	0,408	1,571	2,116	6,343	-0,620	-0,262	-4,136	-0,213	-3,354
DE-ITA	1	n1M	-0,574	-4,542	0,944	0,643	-1,812	3,706	-0,605	-0,547	-0,045	-0,490	-0,040
DE-ITA	0	1M	-0,194	-2,622	0,599	1,288	1,325	1,538	-0,319	-0,203	-2,744	-0,177	-2,387
DE-ITA	0	n1M	-0,255	-5,513	0,474	0,916	0,992	0,768	-0,530	-0,246	-1,560	-0,196	-1,245
FRA-ITA	1	n1M	-0,629	-3,547	0,740	0,374	-1,716	3,242	-0,846	-	-	-	-
FRA-ITA	0	1M	-0,303	-4,996	0,441	0,742	1,014	0,944	-0,680	-	-	-	-
FRA-ITA	0	n1M	-0,355	-8,232	0,332	0,459	0,692	0,892	-1,059	-	-	-	-

Diese Tabelle berichtet die Ergebnisse für einmonatige (1M) sowie nahe einmonatige (n1M) Varianzswaps angewandt auf den Cross-Country-Vergleich aus Abschnitt 5.2.2. Die angegebenen Statistiken sind der Reihe nach der Mittelwert, die Standardabweichung, das Maximum, die Schiefe, die Kurtosis, das Alpha (für die deutschen Staatsanleihen) und die Sharpe Ratio. Alpha 1 wurde berechnet mittels dem Bloomberg Barclays Germany Treasury Bond Index und Alpha 2 mittels dem REXP: Log(1/0) gibt an, ob die berechneten Werte die logarithmierten (1) oder die prozentualen (0) Renditen darstellen. Die Daten wurden monatlich erhoben und die t-Statistiken wurden nach Newey und West (1987) korrigiert.

## Literatur

- Beber, A., Brandt, M. W. & Kavajecz, K. A. (2009). Flight-to-Quality or Flight-to-Liquidity? Evidence from the Euro-Area Bond Market. *The Review of Financial Studies*, Vol. 22, No. 3, 925-957.
- Black, F. (1976). The pricing of commodity contracts. *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, 167-179.
- Black, F. & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3, 637-654.
- Bollerslev, T., Marrone, J., Xu, L. & Zhou, H. (2014). Stock Return Predictability and Variance Risk Premia: Statistical Inference and International Evidence. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 49(3), 633-661.
- Brigo, D. & Mercurio, F. (2001). *Interest rate models : theory and practice*. 1. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Carhart, M. (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance. *The Journal of Finance*, Vol. 52, 57-82.
- Carr, P. & Madan, D. B. (1998). *Towards a Theory of Volatility Trading*. In: in Volatility: New Estimation Techniques for Pricing Derivatives, London, Kapitel 29, S. 417-427, Robert Jarrow (Hrsg.), London, RISK Publications.
- Carr, P. & Wu, L. (2009). Variance Risk Premiums. *The Review of Financial Studies*, Vol. 22, 1311-1341.
- Chiang, I. (2016). SKEWNESS AND COSKEWNESS IN BOND RETURNS. *The Journal of Financial Research*, Vol. 39, 145-178.
- Choi, H., Mueller, P. & Vedolin, A. (2017). Bond Variance Risk Premiums. *Review of Finance*, Vol. 21, 987-1022.
- Demeterfi, K., Derman, E., Kamal, M. & Zou, J. (1999). More Than You Ever Wanted To Know About Volatility Swaps. *Goldman Sachs Quantitative Strategies Research Notes*.
- Detering, N., Zhou, Q. & Wystup, U. (2012). Volatilität als Investment: Diversifikationseigenschaften von Volatilitätsstrategien. *CPQF Working Paper Series*, No. 30.
- Duarte, J., Longstaff, F. & Yu, F. (2006). Risk and Return in Fixed Income Arbitrage: Nickels in Front of a Steamroller? Verfügbar auf SSRN: <https://ssrn.com/abstract=872004> oder <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.872004>.
- Ejsing, J. & Sihvonen, J. (2009). Liquidity Premia in German Government Bonds. *ECB Working Paper No. 1081*. Verfügbar auf SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1456858>.
- Fan, Z., Xiao, X. & Zhou, H. (2019). Higher-Order Risk Premium, Stock Return Predictability, and Rare Event Dynamics. Verfügbar auf SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3120260> oder <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3120260>.
- Feunou, B., Jahan-Parvar, M. R. & Okou, C. (2015). Downside Variance Risk Premium. *Finance and Economics Discussion Series 2015-020*. Washington: Board of Governors of the Federal Reserve System, <http://dx.doi.org/10.17016/FEDS.2015.020>.
- Figlewski, S. & Wang, X. (2000). Is the 'Leverage Effect' a Leverage Effect? *SSRN Electronic Journal*, DOI: 10.2139.
- Geman, H., El Karoui, N. & Rochet, J. (1995). Changes of Numéraire, Changes of Probability Measure and Option Pricing. *Journal of Applied Probability*, 32(2), 443-458.
- Hafner, R. & Wallmeier, M. (2007). Volatility as an Asset Class: European Evidence. *The European Journal of Finance*, Vol. 13, 621-644.
- Held, M. & Omachel, M. (2014). Up- and Downside Variance Risk Premia in Global Equity Markets. *FEMM Working Papers 140009*, Otto-von-Guericke University Magdeburg, Faculty of Economics and Management.
- Härdle, W. K. & Silyakova, E. (2010). Volatility Investing with Variance Swaps. *SFB 649 Discussion Paper 2010-001*.
- Jacque, L. L. (2015). *Global Derivative Debacles: From Theory to Malpractice*. 2. Auflage, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., number 9520, Singapur.
- Korn, O. & Koziol, C. (2006). Bond portfolio optimization: A risk- return approach. *CFR Working Paper, No. 06-03*, University of Cologne, Centre for Financial Research (CFR), Cologne.
- Kozhan, R., Neuberger, A. & Schneider, P. (2013). The Skew Risk Premium in the Equity Index Market. *The Review of Financial Studies*, Vol. 26, 2174-2203.
- Krügel, S. (2007). *Moment Swaps : Volatilität, Korrelation und andere Verteilungsmomente als eigene Asset-Klasse*. 1. Auflage, Bankakademie-Verl., Frankfurt am Main.
- Mueller, P., Vedolin, A. & Yen, Y. (2012). Bond Variance Risk Premia. *FMG Discussion Papers dp699*, Financial Markets Group.
- Newey, W. K. & West, K. (1987). A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. *Econometrica* Vol. 55, Nr. 3, 703-708.
- Packham, N., Papenbrock, J., Schwendner, P. & Woebbecking, F. (2016). Tail-risk protection trading strategies. *Quantitative Finance*, 1-16.
- Qiao, F., Xu, L., Zhang, X. & Zhou, H. (2019). Variance Risk Premiums in Emerging Markets: Global Integration and Economic Uncertainty. Verfügbar auf SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3199522> oder <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3199522>.
- Trolle, A. & Schwartz, E. (2010). Variance risk premia in energy commodities. *Journal of Derivatives*, 17 (3), 15-32.